

ТОЕ-2 (практика)

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
"Дніпровська політехніка"**



Кафедра електротехніки



Хілов В.С.

**Методичні вказівки до самостійних та практичних занять
і контрольні завдання з дисципліни
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ, ЧАСТИНА 2
розділи: «Трифазні кола»,
«Полігармонійні струми та напруги у однофазних і трифазних колах»,
«Перехідні процеси в лінійних електричних колах»
для студентів спеціальності
141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка**

**Дніпро
2021**

Рекомендовано до видання навчально-методичним відділом (протокол № від за поданням науково-методичної комісії зі спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка (протокол № 21/22-01 від 30.08.2021 р.)

Методичні вказівки до самостійних та практичних занять і контрольні завдання з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки, частина 2 (розділи «Трифазні кола», «Полігармонійні струми та напруги у однофазних і трифазних колах», «Перехідні процеси в лінійних електричних колах») для студентів спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка /В.С. Хілов; Нац. техн. ун-т. «Дніпровська політехніка» – Д.: НТУ "ДП", 2021. – 66 с.

Методичні вказівки призначено для виконання самостійної роботи і контрольних завдань та проведення практичних занять з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки" (частина 2, розділи “Трифазні кола”, “Полігармонічні струми й напруги у однофазних і трифазних колах”, “Перехідні процеси у лінійних електричних колах”) студентами денної та заочної форм навчання за спеціальностями: 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка.

У кожному розділі подано короткі методичні вказівки, типові завдання з рішенням та необхідними поясненнями, а також вихідні дані для виконання самостійно студентами розрахунково-графічних завдань. Наводяться питання для самостійного контролю залишкових знань.

Друкується в редакції автора.

© Хілов В.С. 2021.

ПЕРЕДМОВА

Представлені методичні вказівки (модуль 3) з розрахунку параметрів лінійних електричних кіл охоплюють методи розрахунку:

- трифазних кіл при гармонійній напрузі;
- трифазних кіл при симетричних полігармонійних напругах;
- однофазних кіл при наявності вищих гармонік;
- а також кіл в нестационарних режимах роботи.

Наведені методичні вказівки є прямим продовженням методичних вказівок з розрахунку кіл постійного, однофазного синусоїдального струмів і магнітно пов'язаних кіл (модуль 1, 2).

Основний метод розрахунку параметрів лінійних електричних кіл при наявності вищих гармонік – метод накладення, який ґрунтується на перетвореннях Фур'є. Наявність полігармонійних напруг і струмів в колах призводить до погіршення використання електромагнітної енергії, що кількісно пов'язано зі зменшенням коефіцієнта потужності і появи додаткової потужності спотворення. Потужність спотворення відсутня в колах, якщо криві струму і напруги повністю подібні один одному, що завжди виконується в лінійних колах при наявності синусоїдальних джерел електромагнітної потужності.

Нестационарні або перехідні процеси розраховуються наступними методами – класичним, операційним, змінних станів методом на основі використання інтеграла Дюамеля. Розрахунок перехідних процесів класичним методом ґрунтується на розв'язанні диференціальних рівнянь з використанням законів комутації та законів Кірхгофа. Для складних електричних кіл найбільш прийнятним є розрахунок перехідних процесів операторним методом, коли диференціальні рівняння в функції часу замінюються алгебраїчними рівняннями в області зображень. Якщо графік заданого сигналу має складний вид, то реакція кола знаходиться з використанням інтеграла Дюамеля. Розрахунок методом змінних станів зручно проводити при чисельному інтегруванні диференціальних рівнянь.

Розрахунку конкретних параметрів електричних кіл передують короткі методичні вказівки, якими слід керуватися при виконанні розрахунково-графічного індивідуального завдання.

В кінці кожного розділу наводяться типові питання при вирішенні конкретних завдань. Для перевірки ступеня засвоєння матеріалу кожного студента рекомендується самостійно вирішити зазначені завдання.

Правильність і коректність виконуваних розрахунково-графічних завдань перевіряються викладачами циклу і після усунення зауважень допускаються до захисту.

Захист результатів виконаних розрахунково-графічних завдань являє собою співбесіду з викладачем і відповіді на поставлені питання в рамках даної теми, або відповіді на тестові завдання. Результати захисту оцінюються за стобальною системою.

1. МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ТРИФАЗНИХ КІЛ

1.1. Методичні вказівки з розрахунку трифазних гармонійних кіл

1. Симетричний джерело живлення і симетричне навантаження.

1.1. Розрахунок трифазного кола в симетричному режимі зводиться до розрахунку для однієї фази і виконується аналогічно розрахунку однофазному колу. Будь-яке несиметричне трифазне коло може розглядатися як розгалужене коло з трьома джерелами живлення, для розрахунку якого застосовуються методи, що використовувалися для розрахунку складних електричних кіл. Наприклад, для випадку з'єднання фаз генератора і приймача зіркою без нульового проводу при розрахунку струмів і напруг можна застосувати метод вузлових напруг в комплексній формі.

1.2. Якщо трифазне симетричне електричне коло зібрано за схемою симетрична зірка і при цьому опори лінійних проводів відмінні від нуля, то слід знайти еквівалентний опір фази, а потім за законом Ома знайти фазні \underline{I}_P (лінійні I_L) струми $\underline{I}_P = \underline{E}_P / \underline{Z}_P$, где \underline{E}_P - фазна напруга джерела живлення; \underline{Z}_P - опір фази навантаження. Далі за законом Ома відшукуються фазні напруги на навантаженні. В таких схемах модуль лінійної напруги на навантаженні U_L в $\sqrt{3}$ раз більше модуля фазної U_P напруги ($U_L = \sqrt{3} U_P$), а модулі лінійних і фазних струмів однакові $I_L = I_P$.

1.3. Якщо трифазне коло зібрано за схемою трикутник за умови, що опори лінійних проводів відмінні від нуля, слід перетворити задане з'єднання опорів навантаження в еквівалентне з'єднання зіркою і визначити лінійні струми відповідно до вказівок п.1.2. Фазні струми в навантаженні при з'єднанні симетричним трикутником менше лінійних струмів в $\sqrt{3}$ рази ($I_L = \sqrt{3} I_P$, а лінійні напруги на навантаженні рівні фазним напругам $U_L = U_P$.

Фазні напруги на навантаженні знаходяться за законом Ома $U_P = \underline{I}_P \cdot \underline{Z}_P$. Коли опори лінійних проводів зневажливо малі, то напруга на фазі джерела живлення дорівнює напрузі на фазі навантаження $\underline{E}_P = \underline{U}_P$.

1.4. При симетричному навантаженні активна, реактивна і повна потужності трифазної системи незалежно від способу її з'єднання (зірка або трикутник) розраховується на одну фазу і потроюються

$$P = 3 \cdot U_P \cdot I_P \cdot \cos \varphi_P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi_P;$$

$$Q = 3 \cdot U_P \cdot I_P \cdot \sin \varphi_P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi_P;$$

$$S = 3 \cdot U_P \cdot I_P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L.$$

1.5. Оскільки трифазні кола є колами синусоїдального струму, то дослідження процесів в них здійснюються тими ж методами і прийомами.

Для зазначених кіл застосовуємо символічний метод розрахунку, топографічні діаграми напруг і векторні діаграми струмів, які роблять розрахунки більш наочними.

2. Симетричне джерело живлення і несиметричне навантаження.

2.1. У несиметричних трифазних колах ($\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$) при з'єднанні фаз джерела і навантаження зіркою при наявності опору в нейтральному проводі слід визначити напруга зсуву нейтралі \underline{U}_{Nn} (напруга між загальними точками джерела і навантаження)

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{E}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{E}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{E}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_{Nn}},$$

де $\underline{E}_A, \underline{E}_B, \underline{E}_C$ - фазні напруги (ЕРС) на джерелі живлення; $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C$ - фазні провідності віток трифазної схеми; \underline{Y}_{Nn} - провідність нейтрального проводу.

У провідностях фаз віток враховуються опори ліній проводів.

Струми в фазах навантаження визначаються за законом Ома $\underline{I}_A = (\underline{E}_A - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_A$; $\underline{I}_B = (\underline{E}_B - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_B$; $\underline{I}_C = (\underline{E}_C - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_C$.

Струм в нейтральному проводі визначають за першим законом Кірхгофа $\underline{I}_{Nn} = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$ або за законом Ома $\underline{I}_{Nn} = \underline{U}_{Nn} \cdot \underline{Y}_{Nn}$.

2.2. Якщо несиметричне навантаження з'єднано зіркою та приєднане до джерела енергії без нейтрального проводу і відомі лінійні напруги трифазного джерела, то фазні напруги навантаження знаходять за рівнянням

$$\underline{U}_A = \frac{\underline{U}_{AB} \cdot \underline{Y}_B - \underline{U}_{CA} \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \quad \underline{U}_B = \frac{\underline{U}_{BC} \cdot \underline{Y}_C - \underline{U}_{AB} \cdot \underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C};$$

$$\underline{U}_C = \frac{\underline{U}_{CA} \cdot \underline{Y}_A - \underline{U}_{BC} \cdot \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

де $\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C$ - враховують провідності лінійних проводів при наявності в них опорів.

Токи в фазах навантаження знаходимо за законом Ома $\underline{I}_A = \underline{U}_A \cdot \underline{Y}_A$; $\underline{I}_B = \underline{U}_B \cdot \underline{Y}_B$; $\underline{I}_C = \underline{U}_C \cdot \underline{Y}_C$.

2.3. При з'єднанні навантаження трикутником, в разі зневажливо малих опорів проводів, фазні напруги джерела енергії і навантаження рівні, струми в фазах навантаження слід визначити за законом Ома, а струми в лінійних проводах за першим законом Кірхгофа

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}.$$

2.4. При наявності опору в лінійних проводах слід виконати еквівалентну перетворення з'єднання навантаження з трикутника в зірку. Потім визначають фазні напруги у відповідності до вказівок п.2.2 та лінійні струми за законом Ома

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A \cdot \underline{Y}_A; \quad \underline{I}_B = \underline{U}_B \cdot \underline{Y}_B; \quad \underline{I}_C = \underline{U}_C \cdot \underline{Y}_C.$$

Фазні напруги навантаження еквівалентної зірки також визначаються за закон Ома

$$\underline{U}_{AN} = \underline{I}_A \cdot \underline{Z}_{AN}; \underline{U}_{BN} = \underline{I}_B \cdot \underline{Z}_{BN}; \underline{U}_{CN} = \underline{I}_C \cdot \underline{Z}_{CN}.$$

За другим законом Кірхгофа можемо визначити фазні напруги на опорах навантаження при з'єднанні трикутником

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A.$$

За законом Ома знаходяться фазні струми навантаження

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB}; \underline{I}_{BC} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{BC}; \underline{I}_{CA} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}_{CA}.$$

2.5. Активна і реактивна потужності визначаються як сума активних і реактивних потужностей фаз навантаження, проводів ліній і нейтрального проводу

$$P = U_A \cdot I_A \cdot \cos \varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \cos \varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \cos \varphi_C + \\ + U_{Nn} \cdot I_{Nn} \cdot \cos \varphi_{Nn};$$

$$Q = U_A \cdot I_A \cdot \sin \varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \sin \varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \sin \varphi_C + \\ + U_{Nn} \cdot I_{Nn} \cdot \sin \varphi_{Nn}.$$

Повна потужність при несиметричного навантаження

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

3. Несиметричне джерело живлення і симетричне навантаження.

3.1. Розрахунок ведеться на основі методу симетричних складових. В ЕРС джерела живлення виділяються симетричні складові нульової, прямої і зворотної послідовностей.

Нульова система ЕРС

$$\underline{E}_{A0} = \underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C; \underline{E}_{B0} = \underline{E}_{C0} = \underline{E}_{A0}.$$

Пряма система ЕРС

$$\underline{E}_{A1} = \frac{\underline{E}_A + a\underline{E}_B + a^2\underline{E}_C}{3}; \underline{E}_{B1} = a^2\underline{E}_A; \underline{E}_{C1} = a\underline{E}_A,$$

де $a = 1 \cdot e^{j120^\circ}$ - одиничний поворотний множник.

Зворотна система ЕРС

$$\underline{E}_{A2} = \frac{\underline{E}_A + a^2\underline{E}_B + a\underline{E}_C}{3}; \underline{E}_{B2} = a\underline{E}_A; \underline{E}_{C2} = a^2\underline{E}_A.$$

3.2. При з'єднанні навантаження в симетричну зірку з опором в нульовому проводі симетричні складові фазних струмів визначаються

$$\underline{I}_{A0} = \frac{\underline{E}_{A0}}{\underline{Z}_P + 3\underline{Z}_{Nn}}; \underline{I}_{B0} = \underline{I}_{C0} = \underline{I}_{A0}.$$

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}_P}; \underline{I}_{B1} = a^2\underline{I}_{A1}; \underline{I}_{C1} = a\underline{I}_{A1},$$

$$\underline{I}_{A2} = \frac{\underline{E}_{A2}}{\underline{Z}_P}; \underline{I}_{B2} = a\underline{I}_{A2}; \underline{I}_{C2} = a^2\underline{I}_{A2}.$$

3.3. При з'єднанні навантаження в симетричну зірку без нульового проводу симетричні складові фазних струмів визначаються

$$\underline{I}_{A0} = 0; \underline{I}_{B0} = \underline{I}_{C0} = \underline{I}_{A0}.$$

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}_P}; \underline{I}_{B1} = a^2 \underline{I}_{A1}; \underline{I}_{C1} = a \underline{I}_{A1},$$

$$\underline{I}_{A2} = \frac{\underline{E}_{A2}}{\underline{Z}_P}; \underline{I}_{B2} = a \underline{I}_{A2}; \underline{I}_{C2} = a^2 \underline{E}_{A2}.$$

3.3. При з'єднанні навантаження в симетричний трикутник симетричні складові фазних струмів визначаються

$$\underline{I}_{AB0} = \frac{\underline{E}_{A0} - \underline{E}_{B0}}{\underline{Z}_P}; \underline{I}_{BC0} = \underline{I}_{CA0} = \underline{I}_{AD0}.$$

$$\underline{I}_{AB1} = \frac{\underline{E}_{A1} - \underline{E}_{B1}}{\underline{Z}_P}; \underline{I}_{BC1} = a^2 \underline{I}_{AB1}; \underline{I}_{CA1} = a \underline{I}_{AB1},$$

$$\underline{I}_{AB2} = \frac{\underline{E}_{A2} - \underline{E}_{B2}}{\underline{Z}_P}; \underline{I}_{BC2} = a \underline{I}_{A2}; \underline{I}_{CA2} = a^2 \underline{E}_{AB2}.$$

3.4. Активна і реактивна потужності при несиметричному джерелі живлення і симетричному навантаженні знаходяться відповідно до методу симетричних складових

$$P = 3 \cdot U_{A0} \cdot I_{A0} \cdot \cos \varphi_{A0} + 3 \cdot U_{B0} \cdot I_{B0} \cdot \cos \varphi_{B0} + 3 \cdot U_{C0} \cdot I_{C0} \cdot \cos \varphi_{C0};$$

$$Q = 3 \cdot U_{A0} \cdot I_{A0} \cdot \sin \varphi_{A0} + 3 \cdot U_{B0} \cdot I_{B0} \cdot \sin \varphi_{B0} + 3 \cdot U_{C0} \cdot I_{C0} \cdot \sin \varphi_{C0};$$

Повна потужність

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Напруги і струми нульової послідовності, маючи в своїх фазах кожен мить одне і теж значення представляють собою однофазний струм, який порівну ділиться між трьома фазами системи. Наявність напруги і струмів нульової послідовності навіть при симетричному навантаженні призводить до появи пульсацій миттєвої потужності, тобто система стає невірноваженою.

1.2. Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в симетричний трикутник.

Задача. В трифазне коло з лінійною напругою $U_L = 220\text{В}$ включено навантаження, яке з'єднане трикутником, опір кожної фази якого $\underline{Z}_\Delta = 10 + 10j$ Ом (рис. 1.1). Визначити струми в кожній фазі навантаження і лінії, розрахувати покази ватметрів. Побудувати суміщену векторну діаграму струмів і напруг.

Розв'язок задачі.

1. Розрахунок струмів виконуємо символічним методом. Приймаємо вектор лінійної напруги трифазного джерела напруги спрямований по дійсній осі, а опори лінійних проводів зневажливо малі, тому можемо записати

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{ab} = 220e^{j0^\circ} \text{ В}; \underline{U}_{BC} = \underline{U}_{bc} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \underline{U}_{CA} = \underline{U}_{ca} = 220e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Визначаємо фазні струми навантаження

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{ab} / \underline{Z}_{\Delta} = 220e^{j0^{\circ}} / (10 + 10j) = 11 - 11j = 15,556e^{-j45^{\circ}} \hat{I} \quad ;$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{BC} &= \underline{U}_{bc} / \underline{Z}_{\Delta} = 220e^{-j120^{\circ}} / (10 + 10j) = -15,026 - 4,026j = \\ &= 15,556e^{-j165^{\circ}} = I_{AB} e^{-j120^{\circ}} \hat{I} \quad ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{CA} &= \underline{U}_{ca} / \underline{Z}_{\Delta} = 220e^{j120^{\circ}} / (10 + 10j) = 4,026 + 15,025j = \\ &= 15,556e^{j75^{\circ}} = I_{AB} e^{j120^{\circ}} \hat{I} \quad . \end{aligned}$$

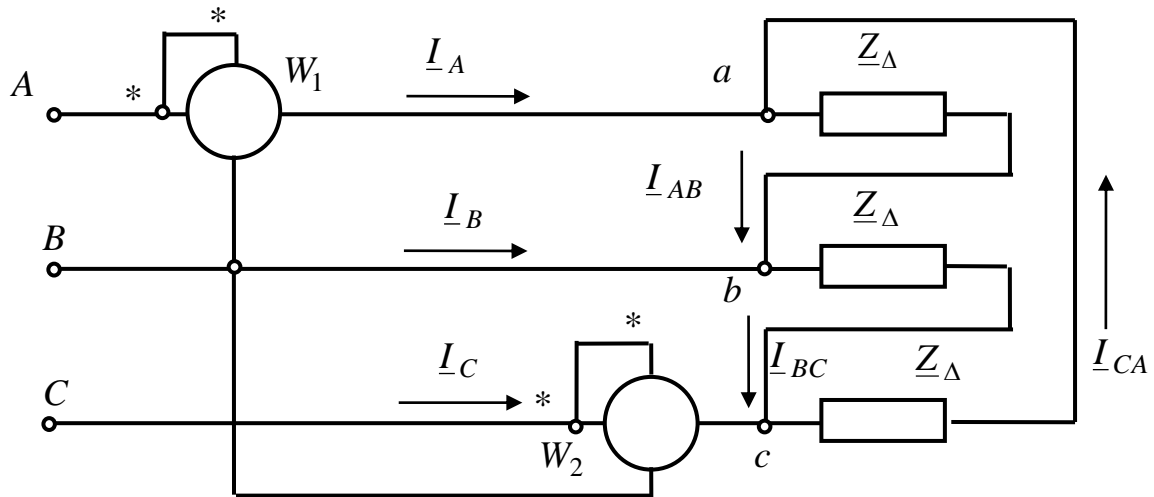


Рис. 1.1

Знаходимо лінійні струми на підставі першого закону Кірхгофа

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = 6,96 - 25,98j = 26,9e^{-j75^{\circ}} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = -25,98 - 6,96j = 26,9e^{-j195^{\circ}} = \underline{I}_A e^{-j120^{\circ}} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = 19,02 + 19,02j = 26,9e^{j45^{\circ}} = \underline{I}_A e^{j120^{\circ}} \text{ A}.$$

Визначаємо покази ватметрів

$$P_1 = \text{Re} \left[\underline{U}_{AB} \cdot \underline{I}_A \right] = \text{Re} [220e^{j0^{\circ}} \cdot 26,9e^{j45^{\circ}}] = 220 \cdot 26,9 \cdot \cos 45^{\circ} = 1530 \text{ Bm};$$

$$P_2 = \text{Re} \left[\underline{U}_{CB} \cdot \underline{I}_C \right] = \text{Re} [-220e^{-j120^{\circ}} \cdot 26,9e^{-j45^{\circ}}] =$$

$$= \text{Re} [220e^{j60^{\circ}} \cdot 26,9e^{-j45^{\circ}}] = 220 \cdot 26,9 \cdot \cos 15^{\circ} = 5730 \text{ Bm};$$

Активна потужність кола визначається як алгебраїчна сума показань ватметрів, тобто

$$P = P_1 + P_2 = 1530 + 5730 = 7260 \text{ A} \cdot \text{V}$$

або

$$P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi_P = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 26,9 \cdot \cos 45^{\circ} = 7260 \text{ Bm}.$$

Сумісна векторна діаграма напруг і струмів приведена на рис.1.2.

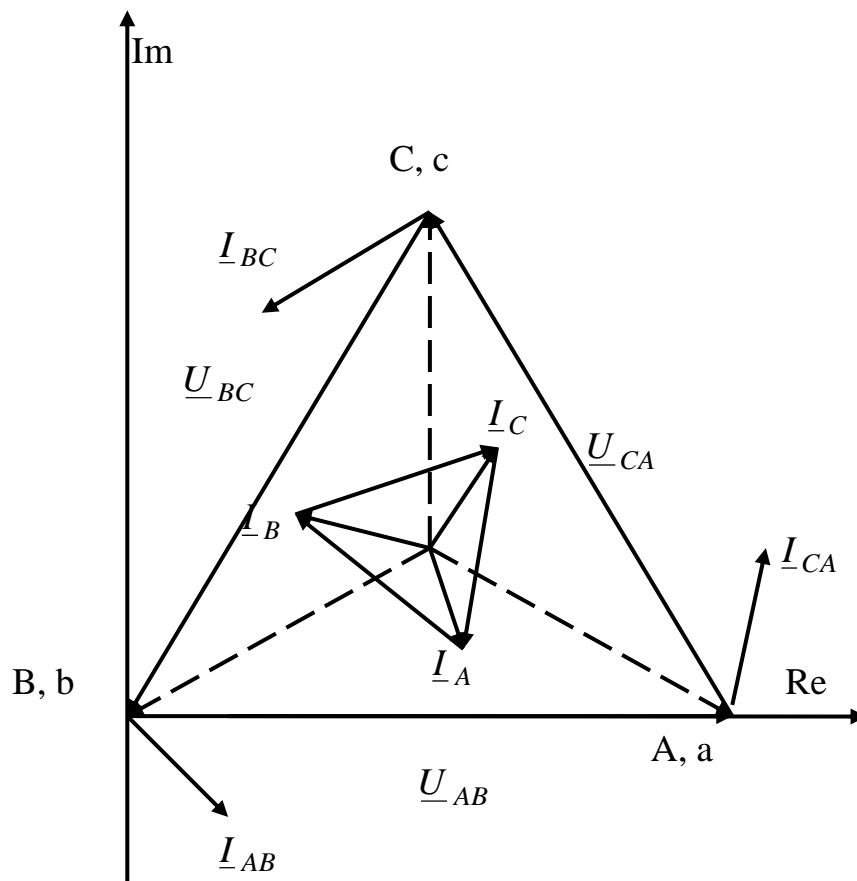


Рис. 1.2

1.3. Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в симетричну зірку.

Задача. Розрахувати параметри електричного кола для випадку несиметричного навантаження. У чотири-провідну трифазну мережу з лінійною напругою $U_L = 220$ В включений зіркою приймач, резистивні та індуктивні опори фаз якого відповідно $R_A = 3\hat{i}$; $x_A = 4\hat{i}$; $R_B = 3\hat{i}$; $x_B = 5,2\hat{i}$; $R_C = 4\hat{i}$; $x_C = 3\hat{i}$; (рис.1.3).

Визначити струми в лінійних і нейтральному проводах і побудувати векторну діаграму.

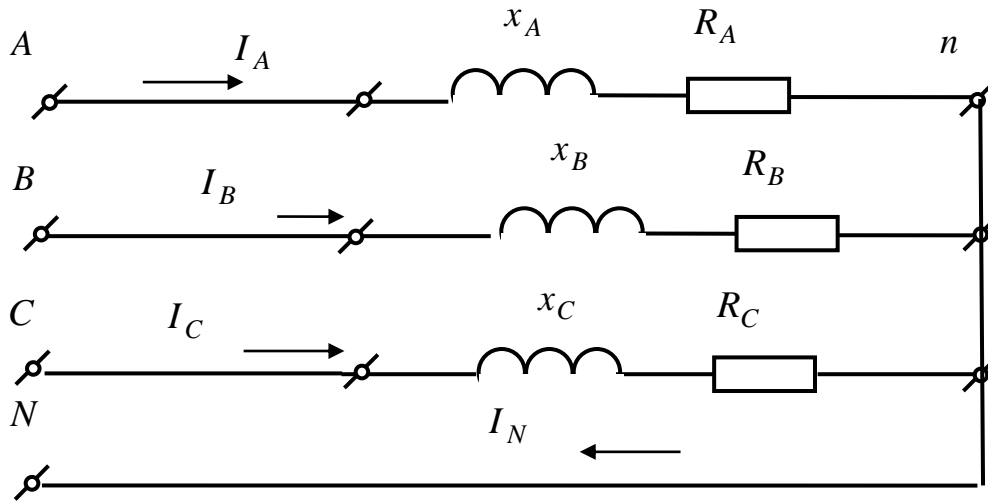


Рис. 1.3

Розв'язок задачі.

Приймаємо, що вектор фазної напруги спрямований по дійсній осі, тоді $\underline{U}_A = U_L / \sqrt{3} e^{j0^\circ} = 127 e^{j0^\circ}$ В; $\underline{U}_B = 1270 e^{-j120^\circ}$ В; $\underline{U}_C = \underline{U}_{ca} = 127 e^{j120^\circ}$ В.

Знаходимо лінійні струми:

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A / \underline{Z}_A = 127 / (4 + 4j) = 25,4 e^{-j53^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = \underline{U}_B / \underline{Z}_B = 127 e^{-j120^\circ} / (3 + 5,2j) = 21,2 e^{-j180^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \underline{U}_C / \underline{Z}_C = 127 e^{j120^\circ} / (4 + 3j) = 25,4 e^{j83^\circ} \text{ А}.$$

Струм в нейтральному проводі визначаємо як суму комплексів струму фаз

$$\begin{aligned} \underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C &= 25,4 e^{-j53^\circ} + 21,2 e^{-j180^\circ} + \\ &+ 25,4 e^{j83^\circ} = 5,9 e^{j124^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

При несиметричному навантаженні активну потужність знаходимо як суму фазних потужностей

$$\begin{aligned} P &= U_A \cdot I_A \cdot \cos \varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \cos \varphi_B + \\ &+ U_C \cdot I_C \cdot \cos \varphi_C = \\ &= 127 \cdot 25,4 \cdot \cos 53^\circ + 127 \cdot 21,2 \cdot \cos 60^\circ + \\ &+ 127 \cdot 25,4 \cdot \cos 37^\circ = 5863,77 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Сумісна векторна діаграма напруг і струмів приведена на рис.1.4.

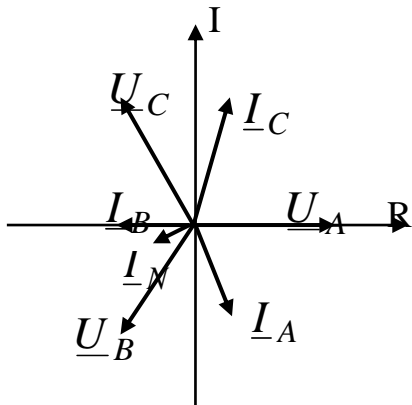


Рис.

1.4. Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в несиметричну зірку по три- і чотири-провідній схемами

Задача. Три-провідне коло.

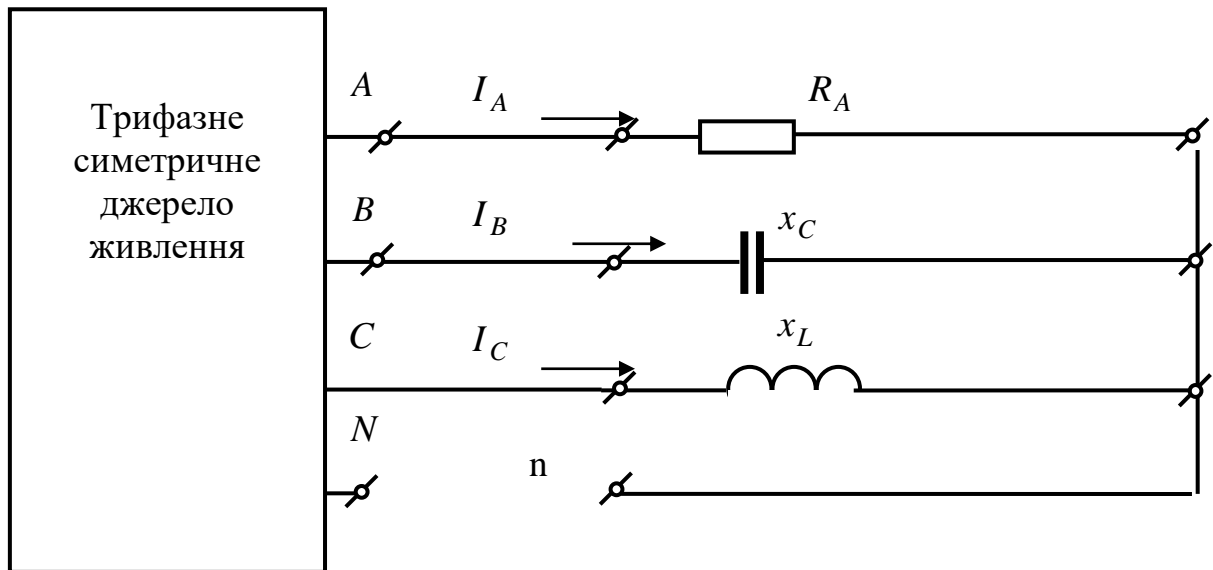


Рис. 1.5

В трифазне коло з лінійною напругою $U_L=220\text{В}$ симетричного джерела енергії вимкнено зіркою приймач, резистивне, індуктивне і ємнісне опори фаз якого рівні: $R = x_L = x_C = 22\hat{\Omega}$ (рис.1.5). Нульовий провід відсутній.

Визначити струми в фазах навантаження. Побудувати поєднану векторну діаграму струмів і напруг.

Розв'язок задачі.

Вибравши фазу А за початкову, розподіляємо фазні напруги симетричного джерела живлення на комплексній площині

$$\underline{U}_A = U_L / \sqrt{3} e^{j0^\circ} = 220 e^{j0^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_B = 220 e^{-j120^\circ} = -110 - 191j \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = 220 e^{j120^\circ} = -110 + 191j \text{ В}.$$

Визначаємо напругу між нейтральними точками джерела живлення і навантаження (напруга зсуву нейтралі)

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\frac{220}{22} + \frac{-110 - 191j}{-j22} + \frac{-110 + 191j}{j22}}{\frac{1}{22} + \frac{1}{-j22} + \frac{1}{j22}} = 602 \text{ В}.$$

Визначаємо напруги на затискачах фаз приймача

$$\underline{U}_{An} = \underline{U}_A - \underline{U}_{Nn} = 220 - 602 = -382 = 382 e^{j180^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{Bn} = \underline{U}_B - \underline{U}_{Nn} = -110 - 191j - 602 = -712 - 191j = 737,17 e^{-j165^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{Cn} = \underline{U}_C - \underline{U}_{Nn} = -110 + 191j - 602 = -712 + 191j = 737,17e^{j165^\circ} \text{ В.}$$

Визначаємо фазні (лінійні) струми

$$\underline{I}_A = (\underline{U}_A - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_A = \frac{-382}{22} = -17,3 = 17,3e^{j180^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_B = (\underline{U}_B - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_B = \frac{-712 - 191j}{-22j} = 8,68 - 32,4j = 33,54e^{-j75^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_C = (\underline{U}_C - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_C = \frac{-712 + 191j}{22j} = 8,68 + 32,4j = 33,54e^{j75^\circ} \text{ А.}$$

При несиметрично навантаженні активну потужність знаходимо як суму фазних потужностей

$$P = U_{An} \cdot I_A \cdot \cos \varphi_A + U_{Bn} \cdot I_B \cdot \cos \varphi_B + U_{Cn} \cdot I_C \cdot \cos \varphi_C =$$

$$= 220 \cdot 17,3 \cdot \cos 180^\circ + 220 \cdot 33,54 \cdot \cos 195^\circ + 220 \cdot 33,54 \cdot \cos 195^\circ = 18060,74 \text{ Вт.}$$

Поєднана векторна діаграма напруг і струмів приведена на рис.1.6.

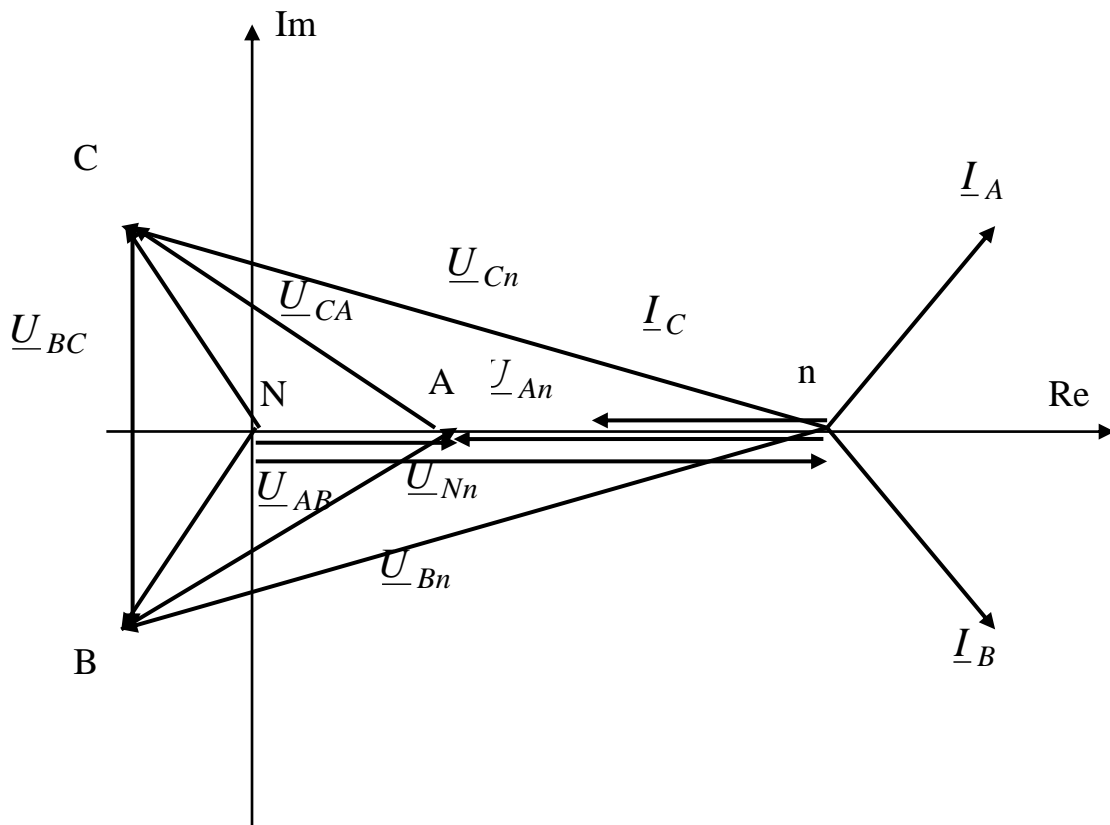


Рис. 1.6

Задача. Чотири-провідне коло.

Для умов попередньої задачі (рис. 1.5 три-провідне коло $U_L = 380\text{В}$, $R = x_L = x_C = 22\hat{\Omega}$), але при замиканні нейтральним проводом точок N і n в схемі (рис.1.7 чотири-провідне коло), визначити струми в фазах навантаження. Побудувати поєднану векторну діаграму струмів і напруг.

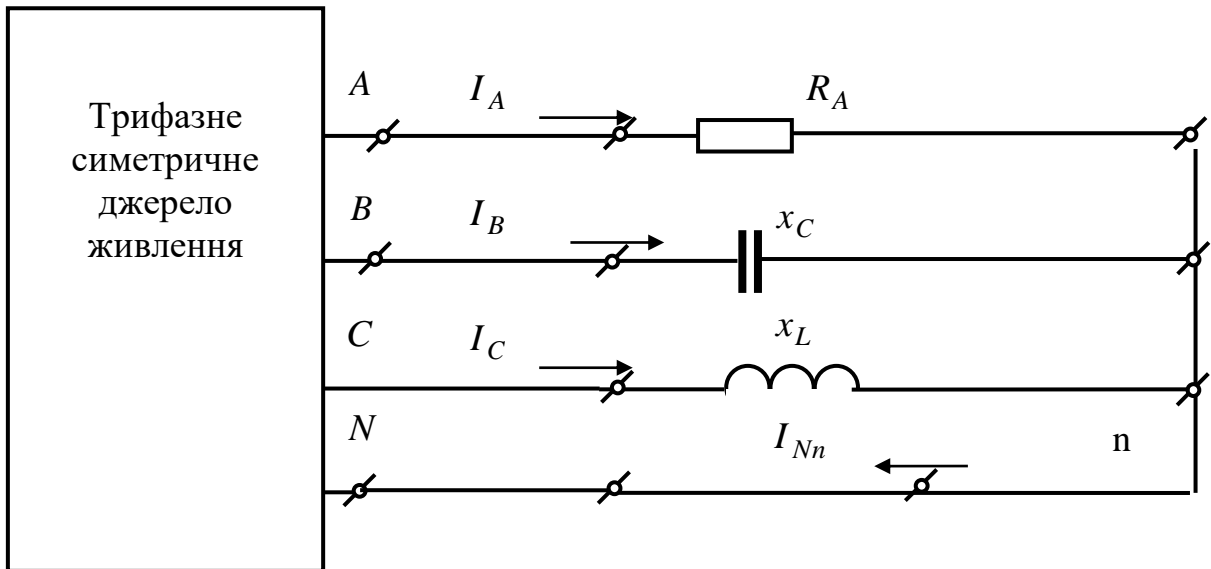


Рис. 1.7

Розв'язок задачі. Зберігаємо прийнятий розподіл фазних і лінійних напруг джерела трифазної напруги. Зберігаємо фазу А як початкову, розподіляємо фазні напруги симетричного джерела живлення на комплексній площині

$$\underline{U}_A = U_L / \sqrt{3} e^{j0^\circ} = 220 e^{j0^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_B = 220 e^{-j120^\circ} = -110 - 191j \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = 220 e^{j120^\circ} = -110 + 191j \text{ В}.$$

Визначаємо напругу між нейтральними точками джерела живлення N і навантаження n (напруга зсуву нейтралі)

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_{Nn}} = \frac{\frac{220}{22} + \frac{-110 - 191j}{-j22} + \frac{-110 + 191j}{j22}}{\frac{1}{22} + \frac{1}{-j22} + \frac{1}{j22} + \infty} = 0 \text{ В}.$$

Як і очікувалося напруга зсуву нейтралі дорівнює нулю, тобто на комплексній площині потенціали точок N і n збігаються, вони екіпотенціальні.

Напруги на фазах навантаження рівні напругам на фазах джерела живлення

$$\underline{U}_{An} = \underline{U}_A - \underline{U}_{Nn} = 220 - 0 = 220 = 220 e^{j0^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{Bn} = \underline{U}_B - \underline{U}_{Nn} = -110 - 191j - 0 = -110 - 191j = 220 e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{Cn} = \underline{U}_C - \underline{U}_{Nn} = -110 + 191j - 0 = -110 + 191j = 220 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Визначаємо фазні (лінійні) струми

$$\underline{I}_A = (\underline{U}_A - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_A = \frac{220}{22} = 11 = 11 e^{j0^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = (\underline{U}_B - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_B = \frac{-110 - 191j}{-22j} = 8,68 - 5j = 10 e^{-j30^\circ} \text{ А};$$

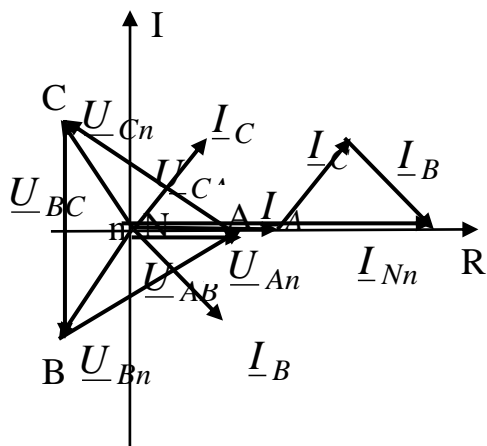


Рис.18

Поєднана векторна діаграма напруг і струмів приведена на рис.1.8.

$$\underline{I}_C = (\underline{U}_C - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_C = \frac{-110 + 191j}{22j} =$$

$$= 8,68 + 5j = 10e^{j30^\circ}, \text{ A.}$$

Струм нейтральному проводі знаходимо як суму комплексних значень струмів фаз

$$\underline{I}_{Nn} = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 11 + 8,68 + 5j + 8,68 - 5j = 28,36 = 28,36e^{j0^\circ}, \text{ A.}$$

Активна потужність виділяється тільки в резистивному опорі фази А

$$P = R_A I_A^2 = 22 \cdot 11^2 = 2662 \text{ Вт.}$$

1.5. Розрахунок параметрів кола при несиметричному навантаженні і наявності опорів в лініях

Задача. Несиметричне трифазне коло містить симетричне джерело енергії, рис.1.9. Розрахунок спрощується, якщо звести розрахунок до визначення параметрів схеми з'єднаної в зірку. При з'єднанні навантаження і джерела енергії по схемі зірка, найбільш зручним методом розрахунку є метод з визначенням напруги зсуву нейтралі, який заснований на методі вузлових потенціалів.

Початкові умови для розрахунку параметрів несиметричною трифазного кола:

$$E = 380 \text{ В}; \underline{Z}_{lA} = \underline{Z}_{lB} = \underline{Z}_{lC} = (3 + 4j) \text{ Ом}; \underline{Z}_a = (15 - 8j) \text{ Ом}; \underline{Z}_b = (15 - 8j) \text{ Ом}; \underline{Z}_c = (10 + 12j) \text{ Ом}; \underline{Z}_d = (10 + 14) \text{ Ом.}$$

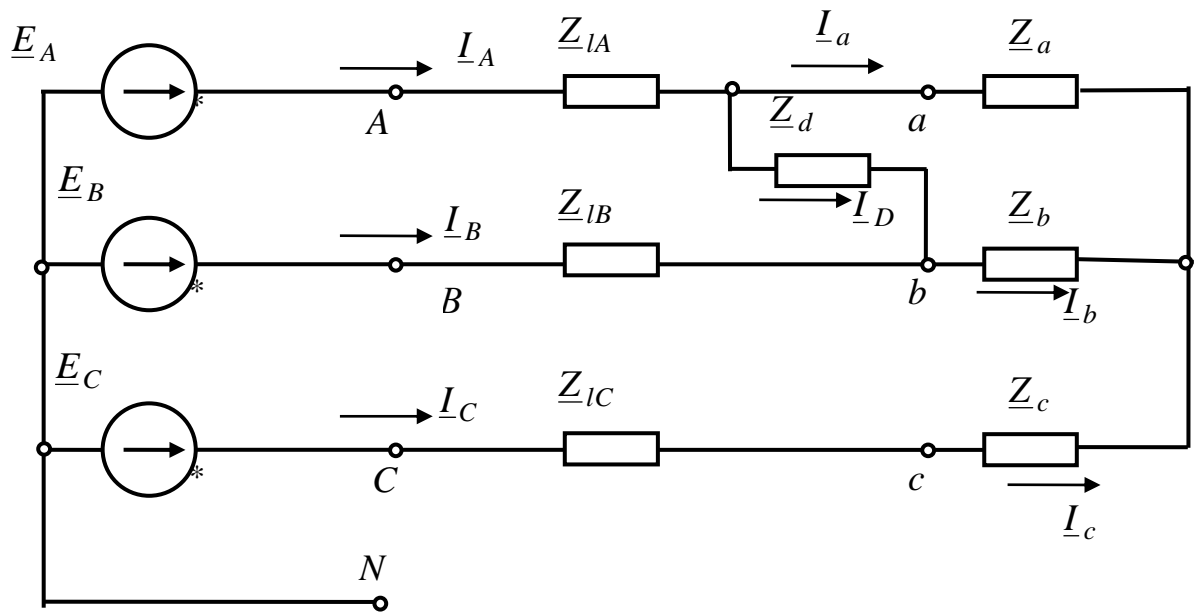


Рис. 1.9

Розв'язок задачі. Приймаємо початкову фазу ЕРС фази А як початкову. У символічній формі розрахунку розподіляємо фазові ЕРС симетричного джерела живлення на комплексній площі

$$\underline{E}_A = 380e^{j0^\circ} \text{ В}; \quad \underline{E}_B = 380e^{-j120^\circ}; \quad \underline{E}_C = 380e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Перетворимо зірку опорів $\underline{Z}_a, \underline{Z}_b, \underline{Z}_c$ в еквівалентний трикутник $\underline{Z}_{ab}, \underline{Z}_{bc}, \underline{Z}_{ca}$ (Рис. 10)

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_a + \underline{Z}_b + \frac{\underline{Z}_a \cdot \underline{Z}_b}{\underline{Z}_c} =$$

$$= 15 - 8j + 15 - 8j + \frac{(15 - 8j) \cdot (15 - 8j)}{10 + 12j} = (24,795 - 33,754) = 41,882e^{-j53^\circ} \text{ Ом};$$

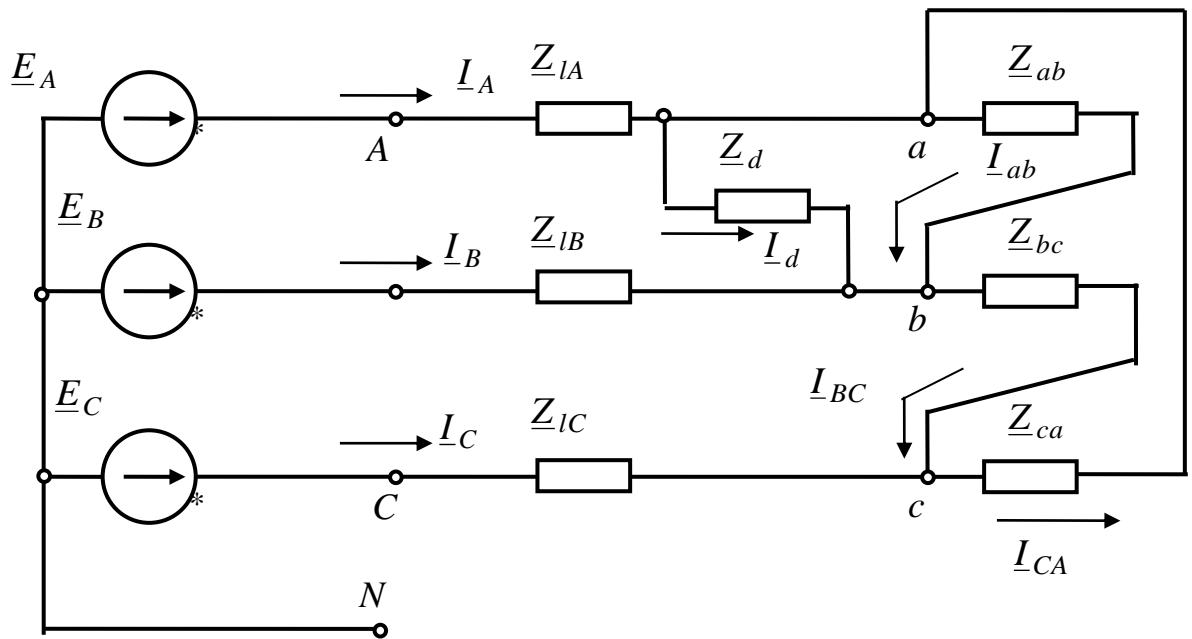


Рис. 1.10

Опору віток еквівалентного трикутника обчислюємо за такими відомим рівнянням

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{bc} &= \underline{Z}_b + \underline{Z}_c + \frac{\underline{Z}_b \cdot \underline{Z}_c}{\underline{Z}_a} = \\ &= 15 - 8j + 10 + 12j + \frac{(15 - 8j) \cdot (10 + 12j)}{15 - 8j} = (35,0 + 16,0j) = 38,483e^{j24^\circ} \text{ O}\dot{\text{i}} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ca} &= \underline{Z}_c + \underline{Z}_a + \frac{\underline{Z}_c \cdot \underline{Z}_a}{\underline{Z}_b} = \\ &= 10 + 12j + 15 - 8j + \frac{(15 - 8j) \cdot (10 + 12j)}{15 - 8j} = (35,0 + 16,0j) = 38,483e^{j24^\circ} \text{ O}\dot{\text{i}} ; \end{aligned}$$

Зводимо до одного еквівалентного опору опорі в фазі AB трикутника

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{abd} &= \frac{\underline{Z}_d \cdot \underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_{ab}} = \frac{(10 + 14j) \cdot (24,795 - 33,754j)}{(10 + 14j) + (24,795 - 33,754j)} = \\ &= (15,541 + 9,098j) = 18,0e^{j30^\circ} \text{ O}\dot{\text{i}} ; \end{aligned}$$

Знаходимо опори і провідності віток трифазної еквівалентної зірки з урахуванням опорів в лінії (рис. 1.11)

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A &= \frac{\underline{Z}_{abd} \cdot \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{abd} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} + \underline{Z}_{la} = \frac{(15,541 + 9,098j) \cdot (35 + 16j)}{(15,541 + 9,098j) + (35 + 16j) + (35 + 16j)} + \\ &+ (3 + 4j) = (9,371 + 7,560j) = 12,041e^{-j38^\circ} \text{ O}\dot{\text{i}} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_B &= \frac{\underline{Z}_{bc} \cdot \underline{Z}_{abd}}{\underline{Z}_{abd} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} + \underline{Z}_{lb} = \frac{(15,541 + 9,098j) \cdot (35 + 16j)}{(15,541 + 9,098j) + (35 + 16j) + (35 + 16j)} + \\ &+ (3 + 4j) = (9,371 + 7,560j) = 12,041e^{-j38^\circ} \text{ O}\dot{\text{i}} ; \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_C = \frac{\underline{Z}_{bc} \cdot \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{abd} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} + \underline{Z}_{la} = \frac{(35 + 16j) \cdot (35 + 16j)}{(15,541 + 9,098j) + (35 + 16j) + (35 + 16j)} + (3 + 4j) = (17,387 + 10,212j) = 20,164e^{-j30^\circ} \text{ Ohm};$$

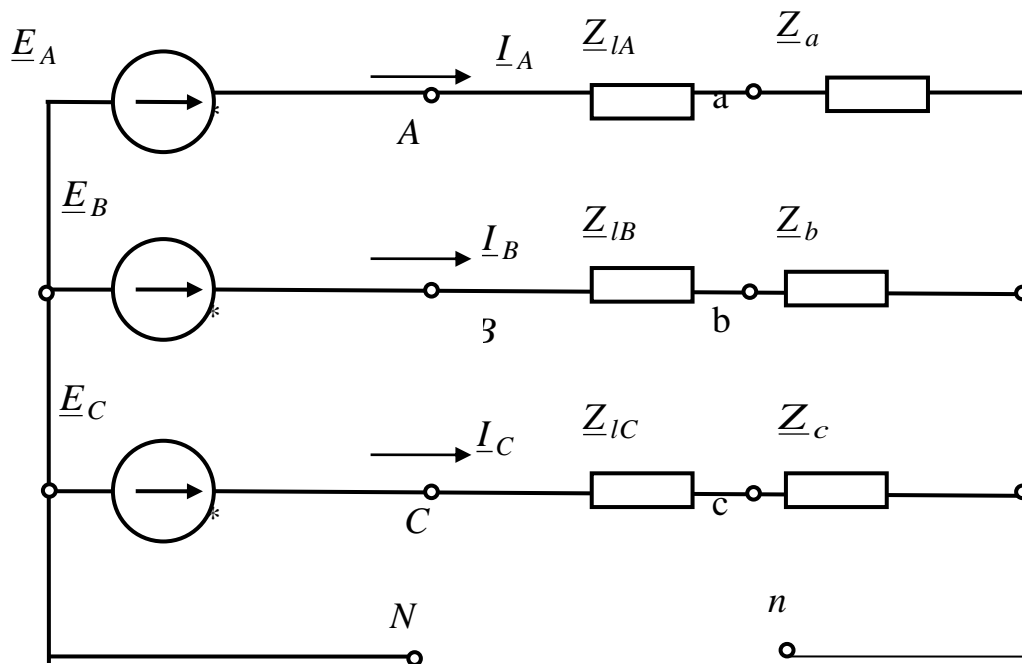


Рис. 1.11

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{(9,731 + 7,56j)} = 0,064 - 0,0497j = 0,081e^{-j37^\circ} \text{ Ci};$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{(17,387 + 10,212j)} = 0,0427 - 0,0251j = 0,0495e^{-j30^\circ} \text{ Ci};$$

Знаходимо напругу зсуву нейтралі і лінійні (фазні) струми в кожній фазі еквівалентної схеми. Розрахунок проводимо на основі методу двох вузлів (частковий випадок методу вузлових потенціалів)

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Nn} &= \frac{\underline{E}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{E}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{E}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \\ &= \frac{380e^{j0^\circ} \cdot 0,081e^{-j37^\circ} + 380e^{-j120^\circ} \cdot 0,081e^{-j37^\circ} + 380e^{j120^\circ} \cdot 0,0495e^{-j30^\circ}}{0,081e^{-j37^\circ} + 0,081e^{-j37^\circ} + 0,0495e^{-j30^\circ}} = \\ &= 16,774 - 58,649j = 60,84e^{-j74^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Згідно із законом Ома розраховуємо струми фаз (рис. 1.11) і знаходимо відповідні спряжені значення

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= (\underline{E}_A - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_A = (380e^{j0^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ}) \cdot 0,081e^{-j37^\circ} = \\ &= 26,517 - 15,157j = 30,543e^{-j30^\circ} \text{ А}; \end{aligned}$$

$$* \underline{I}_A = 26,517 + 15,157j = 30,543e^{j30^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = (\underline{E}_B - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_B = (380e^{-j120^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ}) \cdot 0,081e^{-j37^\circ} =$$

$$= -27,467 - 6,681j = 28,261e^{-j166^\circ} \text{ A};$$

$$* \underline{I}_B = -27,467 + 6,681j = 28,261e^{j166^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = (\underline{E}_C - \underline{U}_{Nn}) \cdot \underline{Y}_V = (380e^{j120^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ}) \cdot 0,0495e^{-j30^\circ} =$$

$$= 0,943 + 21,838j = 21,859e^{j87^\circ} \text{ A};$$

$$* \underline{I}_C = 0,943 - 21,838j = 21,859e^{-j87^\circ} \text{ A};$$

Визначаємо величини потенціалів на затискачах фазних опорів і спади напруги в проводах лінії живлення (рис. 1.11)

$$\underline{V}_a = \underline{E}_A - \underline{Z}_{IA} \cdot \underline{I}_A = 380e^{j0^\circ} - (3 + 4j) \cdot 30,543e^{-j30^\circ} =$$

$$= 239,82 - 60,597j = 247,357e^{-j14^\circ} \text{ B};$$

$$\underline{V}_b = \underline{E}_B - \underline{Z}_{IB} \cdot \underline{I}_B = 380e^{-j120^\circ} - (3 + 4j) \cdot 28,261e^{-j166^\circ} =$$

$$= -134,345 - 199,209j = 240,276e^{-j124^\circ} \text{ B};$$

$$\underline{V}_c = \underline{E}_C - \underline{Z}_{IC} \cdot \underline{I}_C = 380e^{j120^\circ} - (3 + 4j) \cdot 21,859e^{-j87^\circ} =$$

$$= -105,475 - 259,805j = 280,4e^{-j112^\circ} \text{ B};$$

$$\Delta \underline{U}_{IA} = \underline{E}_A - \underline{V}_a = 380e^{j0^\circ} - 247,357e^{-j14^\circ} =$$

$$= 140,181 + 60,597j = 152,717e^{j23^\circ} \text{ B};$$

$$\Delta \underline{U}_{IB} = \underline{E}_B - \underline{V}_b = 380e^{-j120^\circ} - 240,276e^{-j124^\circ} =$$

$$= -55,66 - 129,88j = 141,3e^{-j113^\circ} \text{ B};$$

$$\Delta \underline{U}_{IC} = \underline{E}_C - \underline{V}_c = 380e^{j120^\circ} - 280,4e^{-j112^\circ} =$$

$$= -84,525 + 69,284j = 109,293e^{j140^\circ} \text{ B};$$

Знаходимо фазні напруги кожної фази еквівалентної схеми навантаження

$$\underline{U}_{an} = \underline{V}_a - \underline{U}_{Nn} = 247,357e^{-j14^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ} = 223,045 + 1,947j =$$

$$= 223,054e^{-j0,5^\circ} \text{ B};$$

$$\underline{U}_{bn} = \underline{V}_b - \underline{U}_{Nn} = 240,276e^{-j124^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ} = -151,119 - 140,56j =$$

$$= 206,383e^{-j137^\circ} \text{ B};$$

$$\underline{U}_{cn} = \underline{V}_c - \underline{U}_{Nn} = 280,4e^{-j112^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ} = -122,249 + 318,455j =$$

$$= 341,113e^{j111^\circ} \text{ B};$$

Розраховуємо струми через опори в початкової схемою рис.1.10

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_{an} - \underline{U}_{bn}}{\underline{Z}_d} = \frac{223,054e^{-j0,5^\circ} - 206,383e^{-j137^\circ}}{10 + 14j} = 19,197 - 13,014j =$$

$$= 23,2e^{-j34^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}_A - \underline{I}_d = 30,543e^{-j30^\circ} - 23,2e^{-j34^\circ} = 7,32 - 2,14j = 7,628e^{-j16^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_B + \underline{I}_d = 28,261e^{-j166^\circ} + 23,2e^{-j34^\circ} = -8,263 - 19,695j = 21,36e^{-j112^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_C = 0,943 + 21,838j = 21,859e^{j87^\circ} \text{ A};$$

Визначаємо потенціал нейтральної точки навантаження в початковій схемі рис. 1.9.

$$\underline{V}_n = \underline{E}_C - (\underline{Z}_{lC} + \underline{Z}_c) \cdot \underline{I}_C = 380e^{j120^\circ} - (3 + 4j10 + 12j) \cdot 21,859e^{-j87^\circ} =$$

$$= 147,159 + 30,114j = 150,4e^{j11^\circ} \text{ B};$$

Підраховуємо активні потужності симетричного трифазного джерела енергії і несиметричного навантаження

$$P_{\dot{a}ae} = \text{Re} \left[\underline{E}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{E}_{\hat{A}} \cdot \underline{I}_{\hat{A}}^* + \underline{E}_{\hat{N}} \cdot \underline{I}_{\hat{N}}^* \right] = \text{Re} [380e^{j0^\circ} \cdot 30,543e^{j30^\circ} +$$

$$+ 380e^{-j120^\circ} \cdot 28,2613e^{j166^\circ} + 380e^{j120^\circ} \cdot 21,859e^{-j87^\circ}] = 2,45 \cdot 10^3 \hat{A}\hat{\delta};$$

$$P_i = R_l \cdot (I_A^2 + I_B^2 + I_C^2) + R_d \cdot I_d^2 + R_a \cdot I_a^2 + R_b \cdot I_b^2 + R_c \cdot I_c^2 =$$

$$= 3 \cdot (30,543^2 + 28,261^2 + 21,859^2) + 10 \cdot 23,2^2 +$$

$$+ 15 \cdot 7,628^2 + 10 \cdot 21,859^2 = 2,45 \cdot 10^3 \hat{A}\hat{\delta}.$$

Відносна помилка для інженерних розрахунків не повинна перевищувати 5% і для проведених розрахунків становить величину

$$\gamma = (|P_{\dot{a}ae} - P_i|) / P_{\dot{a}ae} \cdot 100\% = 0\%$$

Будуємо в масштабі векторну діаграму струмів і топографічну діаграму напруг, рис.1.12.

Топографічна діаграма ілюструє розподіл напруг між різними точками трифазного кола. Побудова починається з вибору зручного масштабу напруг і струмів і розташування нейтральної точки N джерела енергії на комплексній площі. Як правило, цю точку розташовують на початку координат, тобто потенціал точки N джерела живлення приймається рівним нулю. Щодо цієї точки відкладаються фазні і лінійні напруги симетричного джерела живлення. При побудові враховуємо, що лінійні напруги визначаються через відповідні фазні напруги. Віднімаючи з значень потенціалів точок вершин побудованого рівностороннього трикутника напруг симетричного джерела живлення спади напруг на опорах лінії, отримуємо потенціали точок, які визначають потенціали вершин різнобічного трикутника лінійних напруг на навантаженні. З початку координат (точка N) відкладаємо вектор зміщення напруги між нейтральними точками, тобто знаходимо потенціал точки n на

навантаженні, яке з'єднане в зірку. Поєднавши точку n з вершинами різнобічного трикутника лінійних напруг отримаємо вектори фазних напруг вихідної схеми з'єднання елементів. Вектори струмів зручно і наочно відкласти з нейтральної точки n навантаження.

Розкладемо систему лінійних струмів на симетричні складові нульової, прямої та зворотної послідовностей.

Нульова послідовність відсутня, так як при з'єднанні зіркою без нейтрального проводу виконується умова

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0, \text{ тобто.}$$

$$\underline{I}_{A0} = \frac{\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C}{3} = \frac{30,543e^{-j30^\circ} + 28,261e^{-j166^\circ} + 21,859e^{j87^\circ}}{3} = 0; .$$

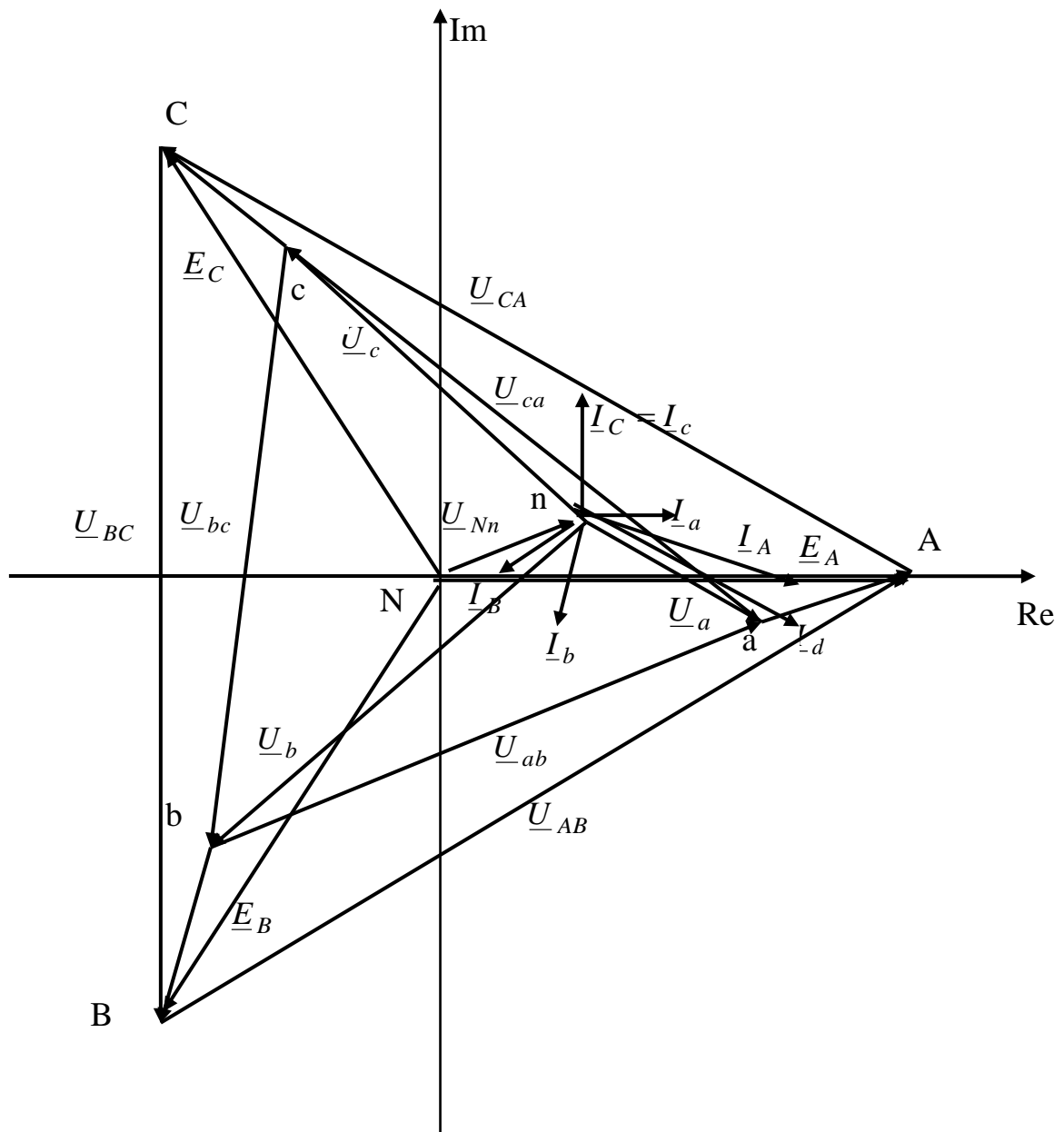


Рис. 1.12

$$\underline{I}_{B0} = \underline{I}_{C0} = 0.$$

Виділяємо пряму послідовність струмів

$$\begin{aligned} \underline{I}_{A1} &= \frac{\underline{I}_A + a\underline{I}_B + a^2\underline{I}_C}{3} = \\ &= \frac{30,543e^{-j30^\circ} + 1 \cdot e^{j120^\circ} \cdot 28,261e^{-j166^\circ} + 1 \cdot e^{j240^\circ} \cdot 21,859e^{j87^\circ}}{3} = \\ &= 21,491 - 15,778j = 26,661e^{-j36^\circ} \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\underline{I}_{B1} = a^2\underline{I}_{A1} = 1 \cdot e^{j240^\circ} \cdot 26,661e^{-j36^\circ} = 26,661e^{j204^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{C1} = a\underline{I}_{A1} = 1 \cdot e^{j120^\circ} \cdot 26,661e^{-j36^\circ} = 26,661e^{j84^\circ} \text{ A}.$$

Зворотня послідовність струмів

$$\begin{aligned} \underline{I}_{A2} &= \frac{\underline{I}_A + a^2\underline{I}_B + a\underline{I}_C}{3} = \\ &= \frac{30,543e^{-j30^\circ} + 1 \cdot e^{j240^\circ} \cdot 28,261e^{-j166^\circ} + 1 \cdot e^{j120^\circ} \cdot 21,859e^{j87^\circ}}{3} = \\ &= 5,026 + 0,62j = 5,064e^{j7^\circ} \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\underline{I}_{B2} = a\underline{I}_{A2} = 1 \cdot e^{j120^\circ} \cdot 5,064e^{j7^\circ} = 5,064e^{j127^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{C2} = a^2\underline{I}_{A2} = 1 \cdot e^{j240^\circ} \cdot 5,064e^{j7^\circ} = 5,064e^{j247^\circ} \text{ A}.$$

Графічне розкладання струмів на пряму (рис. 1.13) і зворотню (рис. 1.14) послідовності полягає в побудові векторів струмів і їх сум відповідно до відомих аналітичних виразів.

На комплексній площі відкладаємо вектор струму \underline{I}_A , до кінця цього вектору додаємо вектор \underline{I}_B , який повернуто на кут 120° , до останнього вектору додаємо вектор \underline{I}_C , який повернуто на 240° . З'єднуємо початок першого вектору з кінцем останнього і отриманий вектор ділимо на три рівні частини. Знайдена третина і є вектор струму прямої послідовності фази А. Вектор струму прямої послідовності фази В випереджає на 240° вектор струму прямої послідовності фази А, а в фазі С відстає на 120° вектор струму прямої послідовності фази А.

Аналогічно побудована система векторів струмів для зворотній послідовності.

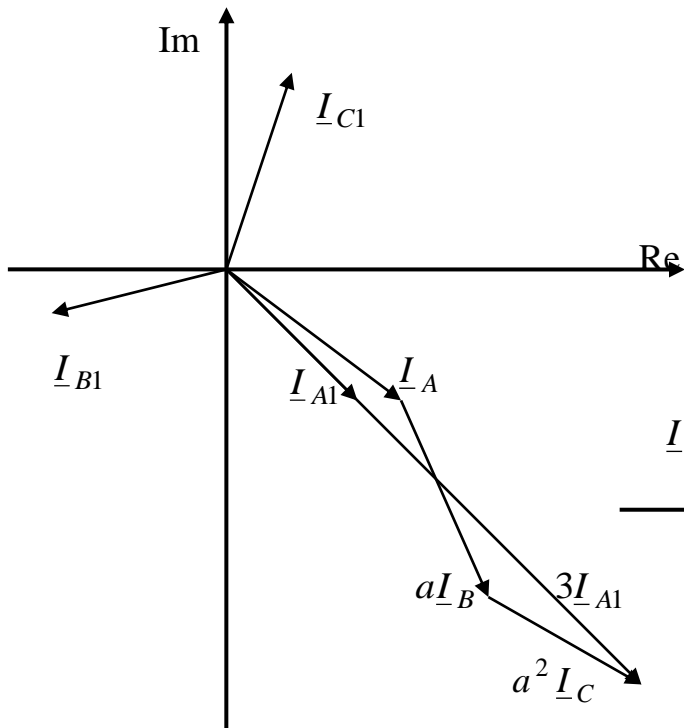


Рис. 1.13

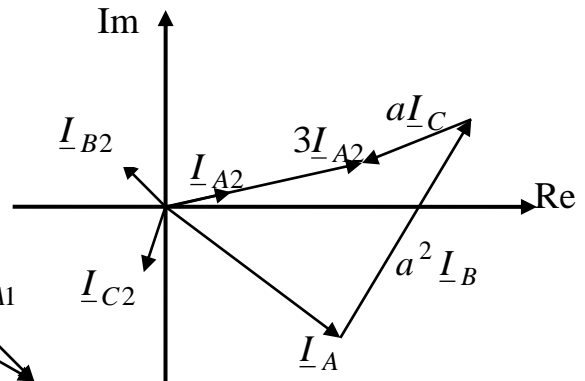


Рис. 1.14

1.6. Розрахунково-графічне завдання "Розрахунок електричних трифазних кіл при гармонійних напругах"

Розрахунок несиметричною трифазного кола.

На рис.1.15 наведена схема несиметричною трифазного кола з симетричними фазними електрорушійної силами (ЕРС). Числові значення ЕРС, комплексів опорів лінії і навантаження наведені в таблиці 1.1. Внутрішніми опорами трифазного джерела знехтувати. Для заданого кола необхідно виконати наступні розрахунки:

1. Визначити струми та напруги на всіх ділянках кола.
2. Скласти баланс потужностей.
3. Побудувати в масштабі векторну діаграму струмів та топографічну діаграму потенціалів.
4. Розкласти отриману систему лінійних струмів на симетричні складові аналітично та графічно.

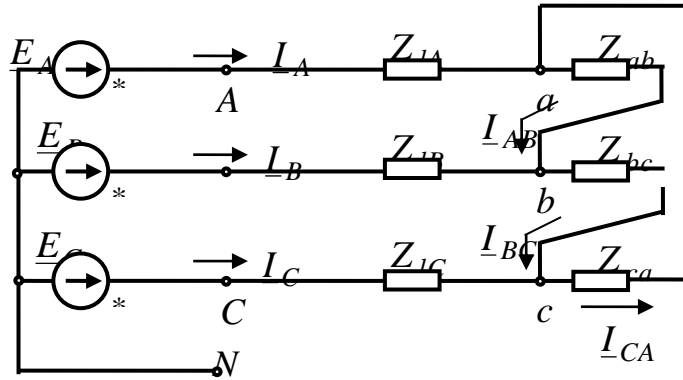


Рис.115

Таблиця 1.1.

Варіант	E, В	Z_{IA}	Z_{IB}	Z_{IC}	Z_{ab}	Z_{bc}	Z_{ca}
01	660	1	0	0	10+10j	10+15j	10-10j
02	380	0	1	0	10-10j	10+10j	10+15j
03	220	0	0	1	10+15j	10-10j	10+10j
04	127	1j	0	0	10+5j	10+15j	10-10j
05	660	0	1j	0	10-10j	10+5j	10+15j
06	380	0	0	1j	10+15j	10-10j	10+5j
07	220	-1j	0	0	20+10j	10+15j	10-10j
08	127	0	-1j	0	10-10j	20+10j	10+15j
09	660	0	0	-1j	10+15j	10-10j	20+10j
10	380	2	0	0	20+5j	10+15j	10-10j
11	220	0	2	0	10-10j	20+5j	10+15j
12	127	0	0	2	10+15j	10-10j	20+5j
13	660	2j	0	0	10-10j	10+15j	10-10j
14	380	0	2j	0	10-10j	10-10j	10+15j
15	220	0	0	2j	10+15j	10-10j	10-10j
16	127	-2j	0	0	10-5j	10+15j	10-10j
17	660	0	-2j	0	10-10j	10-5j	10+15j
18	380	0	0	-2j	10+15j	10-10j	10-5j
19	220	1+2j	0	0	20-10j	10+15j	10-10j
20	127	0	1+2j	0	10-10j	20-10j	10+15j
21	660	0	0	1+2j	10+15j	10-10j	20-10j
22	380	1+1j	0	0	20-5j	10+15j	10-10j
23	220	0	1+1j	0	10-10j	20-5j	10+15j
24	127	0	0	1+1j	10+15j	10-10j	20-5j
25	660	1-1j	0	0	10+10j	10+15j	10-10j
26	380	0	1-1j	0	10-10j	10+10j	10+15j

Продовження таблиці 1.1.

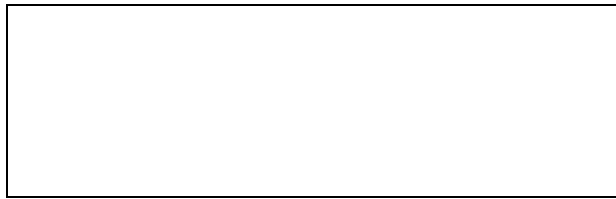
Варіант	E, B	Z_{IA}	Z_{IB}	Z_{IC}	Z_{ab}	Z_{bc}	Z_{ca}
27	220	0	0	1-1j	10+15j	10-10j	10+10j
28	127	2+1j	0	0	10+5j	10+15j	10-10j
29	660	0	2+1j	0	10-10j	10+5j	10+15j
30	380	0	0	2+1j	10+15j	10-10j	10+5j
31	220	2+2j	0	0	20+10j	10+15j	10-10j
32	127	0	2+2j	0	10-10j	20+10j	10+15j
33	660	0	0	2+2j	10+15j	10-10j	20+10j
34	380	1-2j	0	0	20+5j	10+15j	10-10j
35	220	0	1-2j	0	10-10j	20+5j	10+15j
36	127	0	0	1-2j	10+15j	10-10j	20+5j
37	660	2-2j	0	0	10-10j	10+15j	10-10j
38	380	0	2-2j	0	10-10j	10-10j	10+15j
39	220	0	0	2-2j	10+15j	10-10j	10-10j
40	127	0	1,5	0	10-5j	10+15j	10-10j
41	660	1	0	0	10+15j	10-10j	20-10j
42	380	0	1	0	20-5j	10+15j	10-10j
43	220	0	0	1	10-10j	20-5j	10+15j
44	127	1j	0	0	10+15j	10-10j	20-5j
45	660	0	1j	0	10+10j	10+15j	10-10j
46	380	0	0	1j	10-10j	10+10j	10+15j
47	220	-1j	0	0	10+15j	10-10j	10+10j
48	127	0	-1j	0	10+5j	10+15j	10-10j
49	660	0	0	-1j	10-10j	10+5j	10+15j
50	380	2	0	0	10+15j	10-10j	10+5j
51	220	0	2	0	20+10j	10+15j	10-10j
52	127	0	0	2	10-10j	20+10j	10+15j
53	660	2j	0	0	10+15j	10-10j	20+10j
54	380	0	2j	0	20+5j	10+15j	10-10j
55	220	0	0	2j	10-10j	20+5j	10+15j
56	127	-2j	0	0	10+15j	10-10j	20+5j
57	660	0	-2j	0	10-10j	10+15j	10-10j
58	380	0	0	-2j	10-10j	10-10j	10+15j
59	220	1+2j	0	0	10+15j	10-10j	10-10j
60	127	0	1+2j	0	10-5j	10+15j	10-10j
61	660	0	0	1+2j	10+10j	10+15j	10-10j
62	380	1+1j	0	0	10-10j	10+10j	10+15j
63	220	0	1+1j	0	10+15j	10-10j	10+10j
64	127	0	0	1+1j	10+5j	10+15j	10-10j
65	660	1-1j	0	0	10-10j	10+5j	10+15j

Продовження таблиці 1.1.

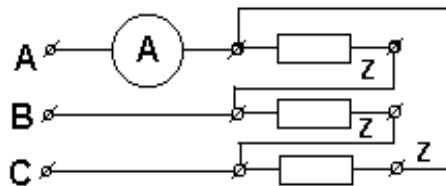
Варіант	E, B	Z_{IA}	Z_{IB}	Z_{IC}	Z_{ab}	Z_{bc}	Z_{ca}
66	380	0	1-1j	0	10+15j	10-10j	10+5j
67	220	0	0	1-1j	20+10j	10+15j	10-10j
68	127	2+1j	0	0	10-10j	20+10j	10+15j
69	660	0	2+1j	0	10+15j	10-10j	20+10j
70	380	0	0	2+1j	20+5j	10+15j	10-10j
71	220	2+2j	0	0	10-10j	20+5j	10+15j
72	127	0	2+2j	0	10+15j	10-10j	20+5j
73	660	0	0	2+2j	10-10j	10+15j	10-10j
74	380	1-2j	0	0	10-10j	10-10j	10+15j
75	220	0	1-2j	0	10+15j	10-10j	10-10j
76	127	0	0	1-2j	10-5j	10+15j	10-10j
77	660	2-2j	0	0	10-10j	10-5j	10+15j
78	380	0	2-2j	0	10+15j	10-10j	10-5j
79	220	0	0	2-2j	20-10j	10+15j	10-10j
80	127	0	1,5	0	10-10j	20-10j	10+15j
81	660	1	0	0	20+10j	10+15j	10-10j
82	380	0	1	0	10-10j	20+10j	10+15j
83	220	0	0	1	10+15j	10-10j	20+10j
84	127	1j	0	0	20+5j	10+15j	10-10j
85	660	0	1j	0	10-10j	20+5j	10+15j
86	380	0	0	1j	10+15j	10-10j	20+5j
87	220	-1j	0	0	10-10j	10+15j	10-10j
88	127	0	-1j	0	10-10j	10-10j	10+15j
89	660	0	0	-1j	10+15j	10-10j	10-10j
90	380	2	0	0	10-5j	10+15j	10-10j
91	220	0	2	0	10+10j	10+15j	10-10j
92	127	0	0	2	10-10j	10+10j	10+15j
93	660	2j	0	0	10+15j	10-10j	10+10j
94	380	0	2j	0	10+5j	10+15j	10-10j
95	220	0	0	2j	10-10j	10+5j	10+15j
96	127	-2j	0	0	10+15j	10-10j	10+5j
97	660	0	-2j	0	20+10j	10+15j	10-10j
98	380	0	0	-2j	10-10j	20+10j	10+15j
99	220	1+2j	0	0	10+15j	10-10j	20+10j
100	127	0	1+2j	0	20+5j	10+15j	10-10j

1.7. Питання для самоконтролю за методами розрахунку трифазних гармонійних кіл

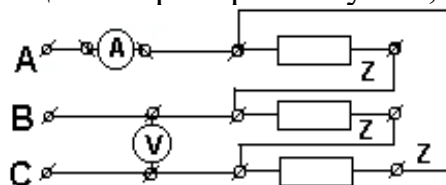
1. Симетричне трифазне навантаження з'єднана в трикутник, ввімкнено в трифазну мережу напругою $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$. Знайти лінійний струм при опорі фази навантаження $R_{\text{ф}} = 11 \text{ Ом}$.
2. Симетричне трифазне навантаження з'єднане в зірку та ввімкнене в трифазну мережу напругою U . Знайти в загальному вигляді струм, якщо опір фази навантаження дорівнює Z .
3. Амперметр A_1 , увімкнений в коло симетричного трифазного навантаження, показує значення струму $34,6 \text{ А}$. Яку величину струму покаже амперметр A_2 ?



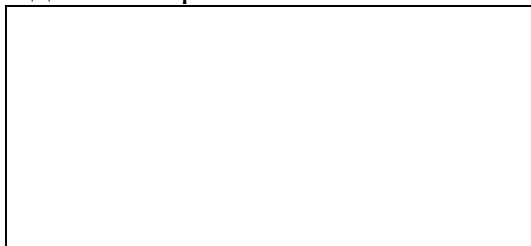
4. Система синусоїдальних лінійних напруг симетрична. Знайти показання амперметра, якщо відомі параметри кола $U_{\text{л}} = 100 \text{ В}$, $Z=10 \text{ Ом}$.



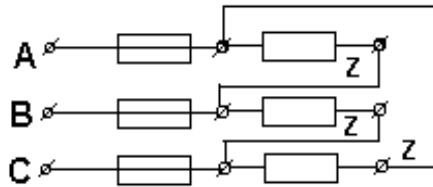
5. Опір фази симетричного трифазного навантаження 10 Ом . Що покаже вольтметр, якщо амперметр показує $17,3 \text{ А}$?



6. У колі лінійні напруги синусоїдальної, причому $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$. Всі опору (6 штук) однакові і рівні 20 Ом кожне. Знайти покази амперметра.



7. Фазові струми симетричного трифазного навантаження рівні 15 А . Яким стане ток I_{CA} після перегорання запобіжника в проводі A ?



8. У скільки разів зміниться значення активної потужності, якщо симетричне навантаження, з'єднане зіркою без нейтрального проводу, з'єднати в трикутник при незмінній лінійній напрузі?

9. Опору фаз двох резистивних симетричних трифазних приймачів однакові. Перший приймач з'єднаний в трикутник, другий - в зірку, причому обидва приймача підключені до загальної мережі. Знайти відношення лінійного струму першого приймача до лінійного струму другого приймача.

10. Симетричний трифазний приймач, з'єднаний в трикутник, має тільки резистивний опір фази $Z_1 = 15 \text{ Ом}$. Другий симетричний приймач з'єднаний в зірку і підключений до цієї ж мережі. Який опір фази другого приймача Z_2 , якщо відомо, що лінійні струми обох приймачів однакові?

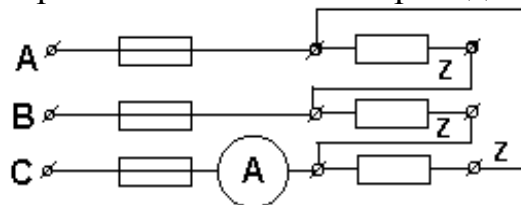
11. Симетрична трифазний приймач, з'єднаний в зірку, має тільки резистивний опір фази $Z_1 = 9 \text{ Ом}$. Другий симетричний приймач з'єднаний трикутником і підключений до цієї ж мережі. Який опір фази Z_2 другого приймача, якщо відомо, що лінійні струми обох приймачів однакові?

12. Симетрична трифазний приймач, з'єднаний в трикутник увімкнений в трифазну мережу напругою $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$. Знайти лінійний струм при опорі фази навантаження $R_{\text{ф}} = 11 \text{ Ом}$.

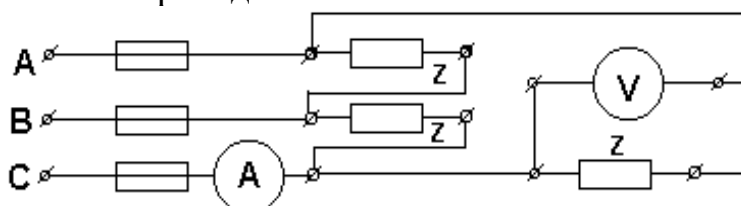
13. Визнач лінійна напруга U трифазної мережі та опір Z симетричною трифазного навантаження. Знайти через U і Z в загальному вигляді струм в проводі А при перегорання запобіжника в проводі С.



14. Фазні струми симетричного трифазного приймача рівні 12 А. Яким буде струм в лінії С після перегорання запобіжника в проводі А?

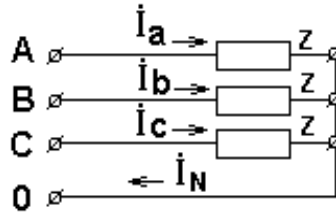


15. Трифазна мережа, що живить симетричний приймач має лінійну напругу $U_{\text{л}}$. Що покаже вольтметр, підключений до фази СА після перегорання запобіжника в проводі С?

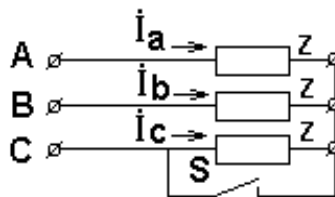


16. У скільки разів зміниться значення лінійного струму, якщо симетричне навантаження, з'єднане зіркою без нейтралі, з'єднати в трикутник при незмінній лінійній напрузі?

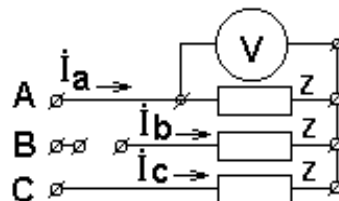
17. Як змінюватися фазові струми в симетричному навантаженні, з'єданого зіркою з нейтральним проводом, при обриві фази А? Навантаження під'єднано до симетричної системи напруг джерела.



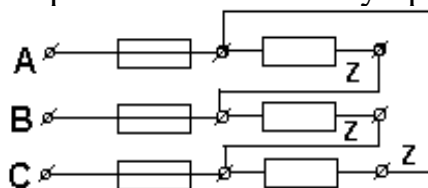
18. Задано лінійну напругу U_l трифазної мережі, що підключена до симетричного трифазного приймача. Яким будемо напруга фази В, якщо опір в фазі С замкнути.



19. Що покаже вольтметр, включений в коло симетричного трифазного приймача, якщо лінійна напруга мережі живлення дорівнює U , а лінійний провід у фазі В обірваний.

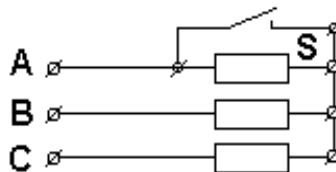


20. Фазові струми симетричного трифазного навантаження рівні 18 А. Яким стане струм I_{bc} після перегорання запобіжника у проводі В?



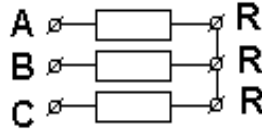
21. Трифазне коло працювало у симетричному режимі. Навантаження з'єдане зіркою без нульового проводу. Після обриву фази А визначити модулі напруг U_b і U_c .

22. Як зміняться лінійні струми I_B , I_C симетричною зірки без нейтралі, якщо фазу А закоротити? Лінійний струм при симетричному навантаженні до замикання дорівнював значенню $I=5$ А.



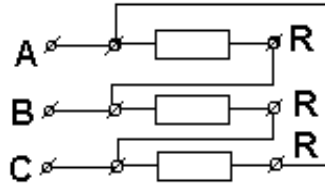
23. Трифазне коло працювало у симетричному режимі. Навантаження з'єднана зіркою без нульового проводу. Знайти модулі напруг у фазах В і С (U_B , U_C) після короткого замикання в фазі А.

24. Симетрична трифазний приймач, з'єднаний в трикутник, приєднаний до трифазного кола $U_{л} = 220$ В. Знайти струм лінії, якщо опір фази навантаження дорівнює $R_{\phi} = 20$ Ом.

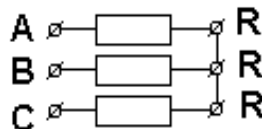


25. Симетричний трифазний приймач, з'єднаний в трикутник, приєднаний до трифазного кола $U_{л}$. Знайти в загальному вигляді струм лінії, якщо опір фази навантаження одно Z .

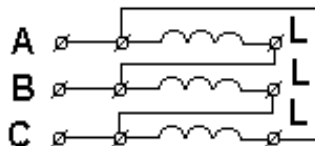
26. Симетрична трифазний приймач, з'єднаний в трикутник, приєднаний до трифазного кола напругою $U_{л} = 220$ В. Знайти споживану активну, реактивну і повну потужності, якщо струм в лінії 5 А і навантаження зібрана з резистивних елементів.



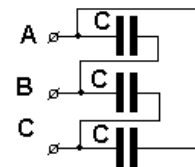
27. Симетрична трифазний приймач зібраний в зірку, приєднаний до трифазного кола напругою $U_{л} = 220$ В. Знайти споживану активну, реактивну і повну потужності, якщо струм в лінії 5 А і навантаження зібрана з резистивних елементів.



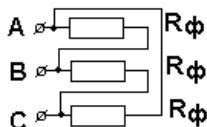
28. Симетричний трифазний приймач зібраний з ідеальних індуктивних елементів, з'єднаних в трикутник, приєднаний до трифазного кола напругою $U_{л} = 220$ В. Знайти споживану активну, реактивну і повну потужності, якщо струм в лінії 5 А.



29. Симетрична трифазний приймач зібраний з ідеальних ємнісних елементів, з'єднаних в трикутник, приєднаний до трифазного кола $U_{л} = 380$ В. Знайти споживану активну, реактивну і повну потужності, якщо струм в лінії 5 А.



30. Симетрична трифазний приймач, з'єднаний в трикутник, який живиться від трифазної мережі з лінійною напругою $U_{л} = 380$ В. Знайти струми лінії, якщо опір фази резистивний $R_{\phi} = 20$ Ом.



2. МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ ОДНОФАЗНИХ І ТРИФАЗНИХ КІЛ ПРИ НЕГАРМОНІЧНИХ НАПРУГАХ

2.1. Методичні вказівки з розрахунку однофазних негармонійних кіл

1. Негармонійними струмами $i(\omega t)$ і напругами $u(\omega t)$ є періодичні криві, форма яких не є синусоїдальною.

Якщо періодична функція $f(\omega t) = f(\omega t + 2\pi)$ задовольняє умовам Дірихле, то вона може бути подана у вигляді суми нескінченного тригонометричного (гармонійного) ряду

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k),$$

де A_0 – постійна складова; k – номер (порядок) гармоніки; A_{km} – амплітуда k -ї гармоніки; ψ_k – початкова фаза k -ї гармоніки.

Негармонійна періодична функція розглядається як результат накладення синусоїд кратних частот: $\omega_k = k\omega$, де $\omega = 2\pi/T$ – частота основної (першої) гармоніки.

Кожна гармоніка має свою початкову фазу і амплітуду.

Тригонометричний ряд можна записати через синусні і косинусні складові, кожна з яких має нульову початкову фазу:

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_{km} \sin(k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \cos(k\omega t),$$

причому $A_{km}^2 = B_{km}^2 + C_{km}^2$, $\operatorname{tg} \psi_k = C_{km} / B_{km}$.

У свою чергу можна визначити, що

$$B_{km} = A_{km} \cos \psi_k \text{ і } C_{km} = A_{km} \sin \psi_k.$$

Коефіцієнти A_0, B_{km}, C_{km} визначаються через початкову функцію $f_i(\omega t)$ за допомогою інтегралів Фур'є:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d\omega t; B_{km} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot \sin k\omega t \cdot d\omega t;$$

$$C_{km} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot \cos k\omega t \cdot d\omega t.$$

2. Періодичну негармонійну функцію можна характеризувати дискретними частотними спектрами амплітуд гармонік $A_{km}(\omega)$ і початкових фаз $\psi_k(\omega)$, які відповідно називаються амплітудо-частотним і фазочастотним спектрами.

Спектральний склад визначає форму складного гармонійного коливання. Два несинусоїдальних коливання мають однакову форму тільки при однакових амплітудочастотних і фазочастотних спектрах.

3. Визначення спектрального складу несинусоїдального періодичного струму або напруги можна істотно спростити, якщо попередньо встановити характер симетрії несинусоїдальної періодичної кривої відносно координатних осей.

У разі, коли негармонійна періодична крива симетрична початку координат, то така крива є непарною функцією $f(\omega t) = -f(-\omega t)$ і ряд Фур'є не містить нульової і косинусної складових:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{km} \sin(k\omega t).$$

Коли негармонійна періодична крива симетрична осі ординат, то вона є парною функцією $f(\omega t) = f(-\omega t)$ і ряд Фур'є не містить синусоїдних складових:

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \cos(k\omega t).$$

Якщо негармонійна періодична крива симетрична осі часу (абсцис), то для такої кривої виконується умова $f(\omega t) = -f(-\omega t + \pi)$ і ряд Фур'є не містить нульової і парної складових:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k).$$

Можливі випадки, коли досліджувана крива має декілька видів симетрії. Якщо крива симетрична відносно початку координат і осі абсцис, то ряд Фур'є спрощується:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} B_{km} \sin(k\omega t).$$

При симетрії щодо осей ординат і абсцис ряд Фур'є змінюється до вигляду

$$f(\omega t) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} C_{km} \sin(k\omega t).$$

4. У разі, коли негармонійна функція має аналітичний опис, то її спектральний склад визначається шляхом знаходження амплітуд і початкових фаз гармонік за допомогою формул Фур'є.

За умови відсутності аналітичного опису досліджуваної періодичної негармонійною функції, то в цьому разі параметри гармонійного ряду Фур'є можливо розрахувати графоаналітичним шляхом. Графоаналітичний метод оснований на заміні інтеграла сумою кінцевого числа складових. Постійна складова й амплітуди синусної і косинусної складових ряду знаходяться із співвідношень

$$A_0 = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x); B_{km} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x) \sin_p(kx); C_{km} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x) \cos_p(kx),$$

де x – поточна координата; n – число розбивок на періоді повторення; p – поточний індекс, приймає значення від 1 до n ; $f_p(x)$ – величина гармонійної функції за поточною фазою $x = p \cdot 2\pi / n$; $\sin_p(kx)$, $\cos_p(kx)$ – значення функцій $\sin(kx)$ і $\cos(kx)$ за поточною координатою $x = p \cdot 2\pi / n$.

У розрахунках слід враховувати, що резистивний опір має однакове значення для всіх гармонік напруги. Індуктивний опір збільшується зі зростанням номера гармоніки, а ємнісний – навпаки, зменшується.

5. Кожна гармоніка визначається відомими методами розрахунку кіл однофазного гармонійного струму, тобто символічним методом. Для кожної гармоніки окремо можливо побудови векторну діаграму струмів і суміщену з нею векторну діаграму напруг.

6. За наявності вищих гармонік у кривих напруги і струму та різнорідних реактивних елементів у колі можливі резонансні явища на окремих гармоніках. Якщо напруга і струм на k -й гармоніці збігається за фазою, то на цій гармоніці спостерігається резонанс напруг при послідовному з'єднанні різнорідних реактивних елементів, а при їх паралельному з'єднанні – резонанс струмів.

7. Діюче значення напруги (струму) за наявності вищих гармонік визначається як корінь квадратний із суми квадратів нульової складової і діючих значень гармонійних складових, тобто

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2}; I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}.$$

8. Коефіцієнти, які характеризують форму негармонійних періодичних кривих.

Для характеристики форми періодичних кривих уводяться коефіцієнти амплітуди K_A , форми K_Φ , спотворення K_C , гармонік K_Γ і пульсацій K_Π .

Коефіцієнт амплітуди визначається як відношення її максимального значення A_m до діючого значення $\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2}$:

$$K_A = \frac{A_m}{\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2}}.$$

Для гармонійної функції коефіцієнт амплітуди $K_A = \sqrt{2} = 1,41$.

Коефіцієнт форми є відношенням діючого значення $\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2}$ до її середнього за півперіоду значення $\frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T |A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t)|^2 dt}$, тобто

$$K_\Phi = \frac{\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2}}{\left(\frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T |A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t)|^2 dt} \right)}.$$

Для гармонійної функції коефіцієнт форми $K_\Phi = 1,11$.

Коефіцієнт спотворення K_C визначається як відношення діючого значення основної гармоніки A_1 до її діючого значення $\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2}$, а саме

$$K_C = A_1 / \sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2}.$$

Для гармонійної функції коефіцієнт спотворення $K_C = 1$.

Коефіцієнт гармонік K_Γ – це відношення діючого значення несинусоїдної величини без урахування нульової і першої гармонік $\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_n^2}$ до діючого значення першої гармоніки A_1 :

$$K_\Gamma = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_n^2} / A_1.$$

Для синусоїдної величини коефіцієнт гармонік не визначений.

Коефіцієнт пульсацій K_{Π} – це відношення діючого значення несинусоїдної величини без урахування нульової та першої гармонік $\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_k^2}$ до середнього за півперіоду значенню:

$$K_{\Pi} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_k^2}}{\frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T \left| A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k \right|^2 dt}}$$

Для синусоїдної величини коефіцієнт пульсацій не визначений.

9. Потужність кола при змінному струмі довільної форми визначається як середня потужність за період або при симетричній формі кривої за половину періоду.

Активна потужність при негармонійних струмах і напругах дорівнює сумі потужностей окремих гармонік:

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k, \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність при негармонійних струмах і напругах дорівнює сумі реактивних потужностей окремих гармонік:

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \varphi_k, \text{ вар.}$$

Повна потужність за наявності вищих гармонік знаходиться через діючі значення негармонійних напруг і струмів:

$$S = UI = \sqrt{U^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{\left(U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2 \right) \left(I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 \right)}, \text{ ВА.}$$

Причому ця потужність виявляється більшою, ніж визначена через значення активної P і реактивної Q складових потужностей:

$$S = \sqrt{\left(U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2 \right) \left(I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 \right)} > \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Це співвідношення виконується тільки в колах, де за формою несинусоїдальні струм і напруга повністю ідентичні, тобто співпадають.

Величина $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$ називається потужністю спотворення і характеризує ступінь відмінності за формою кривих струму і напруги.

2.1. Методичні вказівки з розрахунку трифазних негармонійних кіл

1. Якщо в трифазному колі діє симетричне трифазне негармонійне джерело енергії, то в цьому разі криві ЕРС мають однакову форму і зсунуті в часі на третину періоду повторення:

$$e_A = \sum_{k=1}^{\infty} E_{km} \sin k(\omega t + \psi_k); \quad e_B = \sum_{k=1}^{\infty} E_{km} \sin[k\omega(t - 2\pi/3) + \psi_k];$$

$$e_C = \sum_{k=1}^{\infty} E_{km} \sin[k\omega(t + 2\pi/3) + \psi_k].$$

Гармоніки з номерами $k = 1, 4, 7, 10 \dots$ утворюють симетричні системи прямої послідовності.

Гармоніки з номерами $k = 2, 5, 8, 11 \dots$ утворюють симетричні системи зворотної послідовності.

Гармоніки з номерами $k = 3, 6, 9, 12 \dots$ (ці гармоніки кратні трьом) утворюють симетричні системи нульової послідовності. Особливістю гармонік, кратних трьом, є те, що вони збігаються за фазою. Ця обставина призводить до особливостей роботи трифазних кіл за наявності вищих гармонік у три- і чотирипровідних колах.

2. При з'єднанні трифазного джерела енергії трикутником у режимі холостого ходу в обмотках протікає струм, обумовлений гармоніками, кратними трьом. Діюче значення такого струму визначається як

$$I = \sqrt{\sum_{k=3,6,9,\dots}^{\infty} I_k^2}.$$

3. Коли трифазне джерело енергії з'єднано у відкритий трикутник, то в точці розриву трикутника діє напруга гармонік, які кратні трьом

$u = \sum_{k=3,6,9,\dots}^{\infty} 3E_{km} \sin k(\omega t + \psi_k)$. Діюче значення такої напруги

$$U = 3 \sqrt{\sum_{k=3,6,9,\dots}^{\infty} U_k^2}.$$

4. У лінійній напрузі незалежно від схеми з'єднання виводів джерела енергії відсутні гармоніки, які кратні трьом.

При з'єднанні зіркою:

– діюче значення фазної напруги $U_{\Phi} = \sqrt{\sum_{k=1,3,5,7,9,\dots}^{\infty} U_k^2}$;

– діюче значення лінійної напруги $U_L = \sqrt{3} \sqrt{\sum_{k=1,5,7,\dots}^{\infty} U_k^2}$;

– відношення лінійної напруги до фазної $U_L / U_{\Phi} < \sqrt{3}$.

Коли фази джерела потужності з'єднані трикутником, то складова напруги, обумовлена гармоніками, кратними трьом, буде відсутня між затискачами фаз, оскільки вона компенсується спадом напруги на внутрішніх опорах фаз джерела. Якщо струм у фазах джерела, з'єданого трикутником, містить гармоніки, які кратні трьом.

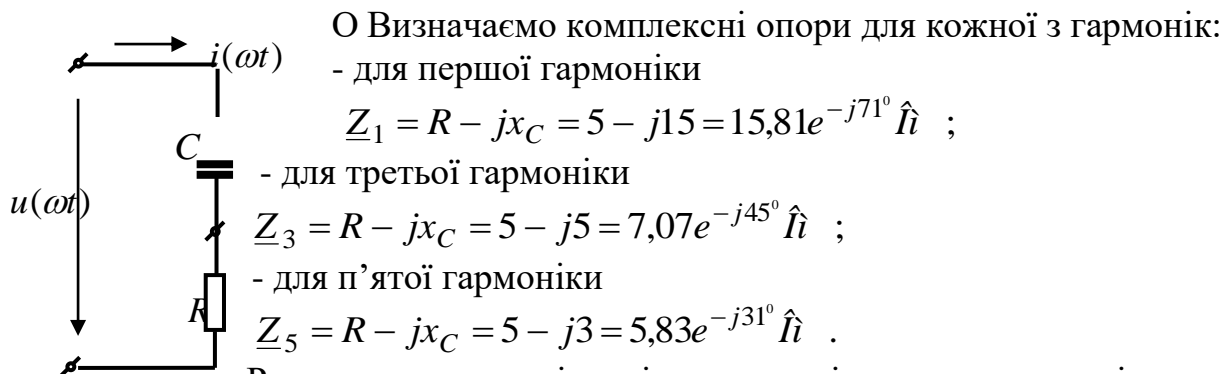
2.3 Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-ємнісного кола

Задача. До електричного кола, схема якої представлена на рис. 2.1, прикладена несинусоїдальна періодичне напруга

$$u(\omega t) = 68,8 \sin \omega t + 7,64 \sin 3\omega t + 2,75 \sin(5\omega t - 180^0) \text{ В.}$$

Параметри кола $R = 5 \text{ Ом}$, $x_C = \frac{1}{\omega C} = 15 \text{ Ом}$. Визначити миттєве значення струму в колі, діюче значення і коефіцієнт потужності.

Розв'язок задачі.



Розраховуємо амплітудні комплексні значення гармонік струму:

Рис. - перша гармоніки струму $\underline{I}_{1m} = \frac{68,8}{15,81e^{-j71^0}} = 4,35e^{j71^0} \text{ А}$;

- третя гармоніки струму $\underline{I}_{3m} = \frac{7,64}{7,07e^{-j45^0}} = 1,08e^{j45^0} \text{ А}$;

- п'ята гармоніки струму $\underline{I}_{5m} = \frac{2,75e^{-j180^0}}{5,83e^{-j31^0}} = 0,471e^{-j149^0} \text{ А}$.

Миттєве значення струму

$$i(\omega t) = 4,35 \sin(\omega t + 71^\circ) + 1,08 \sin(3\omega t + 45^\circ) + 0,471 \sin(5\omega t - 149^\circ), A$$

Активна потужність кола

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k = \frac{68,8 \cdot 4,35}{2} \cos 71^\circ + \frac{7,64 \cdot 1,08}{2} \cos 45^\circ + \frac{2,75 \cdot 0,471}{2} \cos 31^\circ = 52,19 \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність кола

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \varphi_k = \frac{68,8 \cdot 4,35}{2} \sin 71^\circ + \frac{7,64 \cdot 1,08}{2} \sin 45^\circ + \frac{2,75 \cdot 0,471}{2} \sin 31^\circ = 144,73 \text{ вар.}$$

Діючі значення несинусоїдних напруги і струму

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} = \sqrt{\frac{68,8^2}{2} + \frac{7,64^2}{2} + \frac{2,75^2}{2}} = 49 \text{ В;}$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4,35^2 + 1,08^2 + 0,471^2} = 3,18 \text{ А.}$$

Повна потужність кола

$$S = UI = 49 \cdot 3,18 = 155,82 \text{ ВА.}$$

Потужність спотворення

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{155,82^2 - 52,19^2 - 144,73^2} = 24,68 \text{ вар.}$$

Коефіцієнт потужності кола

$$\chi = \frac{P}{S} = \frac{52,19}{155,82} = 0,33.$$

2.4. Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-індуктивно-ємнісного кола при послідовному з'єднанні.

Задача. Визначити струм в нерозгалужене колі, рис.2.2, з параметрами

$$R = 10 \text{ Ом, } L = 0,05 \text{ Гн } C = 22,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф. Напряга}$$

$$u(\omega t) = 180 \sin \omega t + 60 \sin 3\omega t + 40 \sin(5\omega t + 0,1 \cdot \pi), \text{ В.}$$

$$\text{Кутова частота основної гармоніки } \omega = 314 \text{ рад/с.}$$

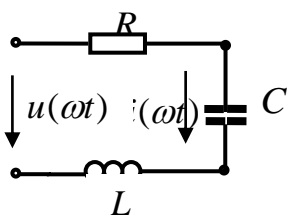


Рис.2.

Розв'язок задачі. Визначаємо повний опір кола і кут зсуву фаз для кожної гармоніки:

- для першої гармоніки

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} = \sqrt{10^2 + (314 \cdot 0,05 - 1/314 \cdot 22,5 \cdot 10^{-6})^2} = 126 \text{ Ом};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = \frac{314 \cdot 0,05 - 1/314 \cdot 22,5 \cdot 10^{-6}}{10} = -12,53; \varphi_1 = -85,3^\circ.$$

- для третьої гармоніки

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + (3\omega L - 1/3\omega C)^2} = \sqrt{10^2 + (3 \cdot 314 \cdot 0,05 - 1/3 \cdot 314 \cdot 22,5 \cdot 10^{-6})^2} = 10 \hat{\Omega} ;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{3\omega L - 1/3\omega C}{R} = \frac{3 \cdot 314 \cdot 0,05 - 1/3 \cdot 314 \cdot 22,5 \cdot 10^{-6}}{10} = 0; \varphi_3 = 0^\circ.$$

- для п'ятої гармоніки

$$Z_5 = \sqrt{R^2 + (5\omega L - 1/5\omega C)^2} = \sqrt{10^2 + (5 \cdot 314 \cdot 0,05 - 1/5 \cdot 314 \cdot 22,5 \cdot 10^{-6})^2} = 51,2 \hat{\Omega} ;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_5 = \frac{5\omega L - 1/5\omega C}{R} = \frac{5 \cdot 314 \cdot 0,05 - 1/5 \cdot 314 \cdot 22,5 \cdot 10^{-6}}{10} = 5,02; \varphi_5 = 78,7^\circ.$$

Розраховуємо амплітуди кожної гармоніки струму

$$I_{1m} = U_{1m}/Z_1 = 130/126 = 1,43 \text{ А}; I_{3m} = U_{3m}/Z_3 = 60/10 = 6 \text{ А};$$

$$I_{5m} = U_{5m}/Z_5 = 40/51,2 = 0,78 \text{ А}.$$

Діюче значення струму в колі

$$I = \sqrt{\frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \frac{I_{5m}^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1,43^2 + 6^2 + 0,78^2} = 6,2 \text{ А}.$$

Миттєве значення струму

$$i(\omega t) = i_1(\omega t) + i_3(3\omega t) + i_5(5\omega t) = 1,43 \sin(\omega t - 85,3^\circ) + 16 \sin(3\omega t) + 0,78 \sin(5\omega t + 78,7^\circ), \text{ А}.$$

Необхідно зауважити, що для третьої гармоніки спостерігається резонанс напруг. Опір для третьої гармоніки дорівнює резистивного опору кола. Третя гармоніка має суттєву питому вагу в кривій струму, ніж в кривій напрузі.

Співвідношення амплітуд третіх до перших гармонік

$$\frac{U_{3m}}{U_{1m}} = \frac{60}{180} = 0,33; \quad \frac{I_{3m}}{I_{1m}} = \frac{6}{1,43} = 4,2.$$

2.5. Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-індуктивно-ємкостного кола при змешаному з'єднанні.

Задача. Параметри кола задані (рис. 2.3) $R = 4$ Ом, $x_L = \omega L = 3$ Ом, $x_C = \frac{1}{\omega C} = 12$ Ом. В коло ввімкнені: несинусоїдальний

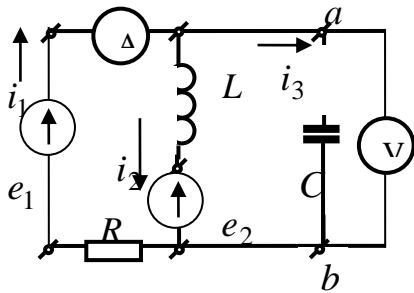


Рис.23

$$e(\omega t) = 4 + 34\sin \omega t + 12\sin(2\omega t + \frac{\pi}{9}), B \quad i$$

постійний $e_2(\omega t) = 12, B$ джерела енергії.

Визначити миттєві значення струмів віток і показання приладів електромагнітної системи.

Розв'язок задачі. Коло містить лінійні елементи, тому розрахунок проводимо методом накладення дії кожної гармоніки ЕРС з використанням символічного методу.

Для постійних складових ЕРС значення струму

$$I_{10} = I_{20} = \frac{e_{10} - e_{20}}{R} = \frac{4 - 12}{4} = -12, A; I_{30} = 0, A.$$

Визначимо струми віток від дії першої гармоніки ЕРС. Вхідний опір кола першої гармоніки

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{jx_L \cdot (-jx_C)}{jx_L - jx_C} = 4 + \frac{j3 \cdot (-j12)}{j3 - j12} = 4 - j4 = 5,661e^{j45^0}, Ом;$$

Комплекс амплітудного значення струму в нерозгалуженій частині кола

$$\underline{I}_{m11} = \frac{\underline{E}_{m1}}{\underline{Z}_1} = \frac{34}{5,66e^{j45^0}} = 6e^{-j45^0}, A;$$

Миттєве значення струму в нерозгалуженій частині кола

$$i_{11}(\omega t) = 6 \sin(\omega t - 45^0), A.$$

Струм у другій вітці

$$\underline{I}_{m21} = \underline{I}_{m11} \frac{-j \frac{1}{\omega C}}{j\omega L - j \frac{1}{\omega C}} = 6e^{-j45^0} \frac{-j12}{-j9} = 8e^{-j45^0}, A;$$

$$i_{21}(\omega t) = 8 \sin(\omega t - 45^0), A.$$

Струм у третій вітці

$$\underline{I}_{m31} = \underline{I}_{m11} \frac{j\omega L}{j\omega L - j \frac{1}{\omega C}} = 6e^{-j45^0} \frac{-j3}{-j9} = -2e^{-j45^0}, A;$$

$$i_{31}(\omega t) = -2 \sin(\omega t - 45^0), A.$$

Для другої гармоніки повний опір і значення струму в нерозгалуженій частині кола

$$\underline{Z}_2 = R + \frac{2jx_L \cdot \left(\frac{-jx_C}{2}\right)}{2jx_L - \frac{jx_C}{2}} = 4 + \frac{2j3 \cdot \left(-\frac{j12}{2}\right)}{2j3 - j\frac{12}{2}} = 4 + \infty = \infty, \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_{m21} = \frac{\underline{E}_{m2}}{\underline{Z}_2} = \frac{12}{\infty} = 0, \text{ А};$$

Миттєве значення струму в нерозгалуженій частині кола від дії другої гармоніки $i_{21}(2\omega t) = 0, \text{ А}$.

За другої гармоніки в колі спостерігається резонанс струмів.

Комплексні та миттєві значення струмів в вітках від дії другої гармоніки

$$\underline{I}_{m22} = \frac{\underline{E}_{m2}}{\underline{Z}_{22}} = \frac{12e^{j20^\circ}}{2j3} = 2e^{-j70^\circ}, \text{ А};$$

$$i_{22}(2\omega t) = 2 \sin(2\omega t - 70^\circ), \text{ А}.$$

$$\underline{I}_{m32} = \frac{\underline{E}_{m2}}{\underline{Z}_{32}} = \frac{12e^{j20^\circ}}{-j\frac{12}{2}} = 2e^{j110^\circ}, \text{ А};$$

$$i_{32}(2\omega t) = 2 \sin(2\omega t + 110^\circ), \text{ А}.$$

Примітка: перший індекс показує номер вітки, а другий номер гармоніки.

Знаходимо показання приладів електромагнітної системи (діючі значення несинусоїдних струмів і напруг).

Показання амперметра електромагнітної системи

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{m11}^2 + I_{m12}^2}{2}} = \sqrt{2^2 + \frac{6^2 + 0^2}{2}} = 4,7 \text{ А}.$$

Показання вольтметра електромагнітної системи

$$U_{ab} = \sqrt{U_{ab0}^2 + U_{ab1}^2 + U_{ab2}^2} = \sqrt{12^2 + 17^2 + 8,51^2} = 22,5, \text{ В};$$

$$U_{ab0} = e_2 = 12, \text{ В};$$

$$U_{ab1} = I_{11}Z_{ab1} = \frac{6}{\sqrt{2}}4 = 17, \text{ В}; \quad U_{ab2} = I_{12}Z_{ab2} = \frac{E_{m2}}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 8,51, \text{ В}.$$

Миттєві значення струмів в вітках.

Струм в нерозгалуженій частині кола

$$i_1(\omega t) = i_{10} + i_{11} + i_{12} = -2 + 6 \sin(\omega t - 45^\circ) + 0, \text{ А}.$$

Струм другої вітки

$$i_2(\omega t) = i_{20} + i_{21} + i_{22} = -2 + 8 \sin(\omega t - 45^\circ) + 2 \sin(2\omega t - 70^\circ), \text{ А}.$$

Струм третьої вітки

$$i_3(\omega t) = i_{30} + i_{31} + i_{32} = -2 - 2 \sin(\omega t - 45^\circ) + 2 \sin(2\omega t + 110^\circ), \text{ А}.$$

2.6. Розрахунок параметрів трифазного кола при негармонічному симетричному джерелі енергії

Задача. У трифазному колі діє негармонічна симетрична система ЕРС (рис.2.4). ЕРС фази В джерела трифазного симетричного негармонічного відома

$$e_{BN}(\omega t) = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) + 45\sqrt{2} \sin(3\omega t) + 30\sqrt{2} \sin(5\omega t - 30^\circ), B.$$

Опори в фазах навантаження на частоті першої гармоніки $Z_{ab1} = Z_{bc1} = Z_{ca1} = 15, Ом$. Визначити показання приладів електромагнітної системи (діючі значення несинусоїдних струмів і напруг).

Розв'язок задачі.

Вольтметр показує діюче значення лінійної напруги від першої і п'ятої гармонік, так як треті гармоніки утворюють нульову послідовність напруг в трифазному джерелі

$$\underline{U}_{AB3} = \underline{U}_{A3} - \underline{U}_{B3} = 0, B:$$

$$U_L = \sqrt{3} \sqrt{U_{P1}^2 - U_{P2}^2} = \sqrt{3} \sqrt{60^2 - 30^2} = 116, B.$$

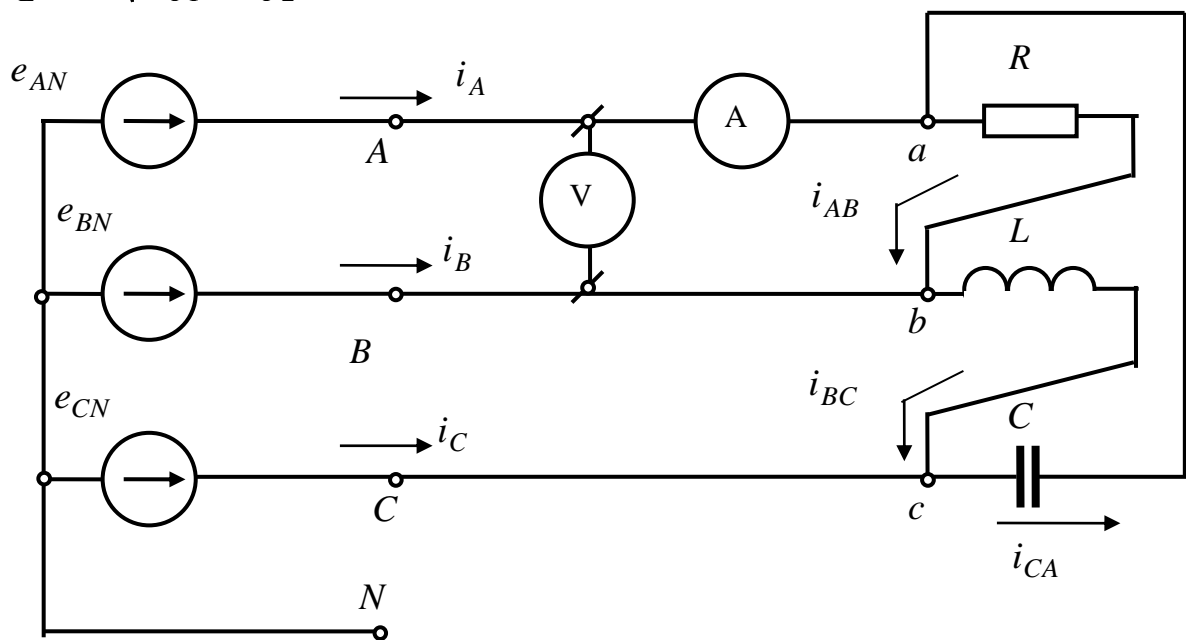


Рис. 2.4

Покази амперметра

$$I = \sqrt{I_{A1}^2 + I_{A5}^2}; I_{A1}^2 = 0, A,$$

$$\text{де } \underline{I}_{A1} = \underline{I}_{AB1} - \underline{I}_{CA1}; \underline{I}_{A5} = \underline{I}_{AB5} - \underline{I}_{CA5}; \underline{I}_{AB1} = \frac{U_{AB1}}{Z_{AB1}}; \underline{I}_{CA1} = \frac{U_{CA1}}{Z_{CA1}};$$

$$\underline{I}_{AB5} = \frac{\underline{U}_{AB5}}{\underline{Z}_{AB5}}; \quad \underline{I}_{CA5} = \frac{\underline{U}_{CA5}}{\underline{Z}_{CA5}}.$$

Визначимо спочатку комплекси лінійних напруг для першої гармоніки при заданій фазній ЕРС

$$e_{BN1} = u_{BN1} = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}), B; \quad \underline{U}_{BN1} = 60e^{j30^0}, B;$$

$$\underline{U}_{AN1} = \underline{U}_{BN1} e^{j120^0} = 60e^{j30^0} e^{j120^0} = 60e^{j150^0}, B;$$

$$\underline{U}_{CN1} = \underline{U}_{AN1} e^{-j120^0} = 60e^{j30^0} e^{-j120^0} = 60e^{-j90^0}, B;$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB1} &= \underline{U}_{AN1} - \underline{U}_{BN1} = \sqrt{3}\underline{U}_{AN1} e^{j30^0} = \sqrt{3} \cdot 60e^{j150^0} e^{j30^0} = \\ &= \sqrt{3} \cdot 60e^{j180^0} = -\sqrt{3} \cdot 60, B; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{CA1} &= \underline{U}_{CN1} - \underline{U}_{AN1} = \sqrt{3}\underline{U}_{CN1} e^{j30^0} = \sqrt{3} \cdot 60e^{-j90^0} e^{j30^0} = \\ &= \sqrt{3} \cdot 60e^{-j60^0}, B. \end{aligned}$$

Обчислюємо значення лінійних напруг для п'ятої гармоніки:

$$e_{BN5} = u_{BN5} = 30\sqrt{2} \sin(5\omega t - 30^0), B; \quad \underline{U}_{BN5} = 30e^{-j30^0}, B;$$

$$\underline{U}_{AN5} = \underline{U}_{BN5} e^{j120^0} = 30e^{-j30^0} e^{j120^0} = 60e^{-j150^0}, B;$$

$$\underline{U}_{CN5} = \underline{U}_{BN5} e^{j120^0} = 30e^{-j30^0} e^{j120^0} = 30e^{j90^0}, B;$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB5} &= \underline{U}_{AN5} - \underline{U}_{BN5} = \sqrt{3}\underline{U}_{AN5} e^{-j30^0} = \sqrt{3} \cdot 30e^{-j150^0} e^{j30^0} = \\ &= \sqrt{3} \cdot 30e^{-j180^0} = -\sqrt{3} \cdot 30, B; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{CA5} &= \underline{U}_{CN5} - \underline{U}_{AN5} = \sqrt{3}\underline{U}_{CN5} e^{-j30^0} = \sqrt{3} \cdot 30e^{j90^0} e^{-j30^0} = \\ &= \sqrt{3} \cdot 30e^{j60^0}, B. \end{aligned}$$

Фазні струми для першої гармоніки

$$\underline{I}_{AB1} = \frac{\underline{U}_{AB1}}{\underline{Z}_{AB1}} = \frac{-\sqrt{3} \cdot 60}{15} = -4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}e^{j180^0}, A;$$

$$\underline{I}_{CA1} = \frac{\underline{U}_{CA1}}{\underline{Z}_{CA1}} = \frac{-\sqrt{3} \cdot 60e^{j60^0}}{-j15} = 4\sqrt{3}e^{j30^0}, A.$$

Лінійні струми для першої гармоніки

$$\underline{I}_{A1} = \underline{I}_{AB1} - \underline{I}_{CA1} = -4\sqrt{3} - 4\sqrt{3}e^{j30^0} = -8,92 - j3,46 = 9,56e^{-j158^0}, A.$$

Струми п'ятої гармоніки

$$\underline{I}_{AB5} = \frac{\underline{U}_{AB5}}{\underline{Z}_{AB5}} = \frac{-\sqrt{3} \cdot 30}{15} = -2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{j180^0}, A;$$

$$\underline{I}_{CA5} = \frac{\underline{U}_{CA5}}{\underline{Z}_{CA5}} = \frac{-\sqrt{3} \cdot 60 e^{j60^\circ}}{-j \frac{15}{5}} = 10\sqrt{3} e^{j150^\circ} = -15 + j8,65, \text{ A.}$$

$$\underline{I}_{A5} = \underline{I}_{AB5} - \underline{I}_{CA5} = -2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} e^{j150^\circ} = 11,54 - j8,65 = 14,42 e^{-j36,8^\circ}, \text{ A.}$$

Покази амперметра електромагнітної системи

$$I = \sqrt{I_{A1}^2 + I_{A5}^2} = \sqrt{9,57^2 + 14,42^2} = 17,3, \text{ A.}$$

2.7. Розрахунок параметрів негармонійною трифазного кола при з'єднанні навантаження в симетричну зірку з нульовим проводом

Задача. В трифазному колі діє негармонічна симетрична система ЕРС (рис.2.5). ЕРС фази В джерела трифазного симетричного негармонічної напруги відома

$$e_{BN}(\omega t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) + 60\sqrt{2} \sin(3\omega t - 60^\circ) + 30\sqrt{2} \sin(5\omega t - 100^\circ), \text{ B.}$$

Опори в фазах навантаження на частоті першої гармоніки $Z_{ab1} = Z_{bc1} = Z_{ca1} = 15, \text{ Ом}$. Записати миттєве значення лінійної напруги u_{BC} і струму в нульовому проводі i_{Nn} . Визначити показання приладів електродинамічної системи

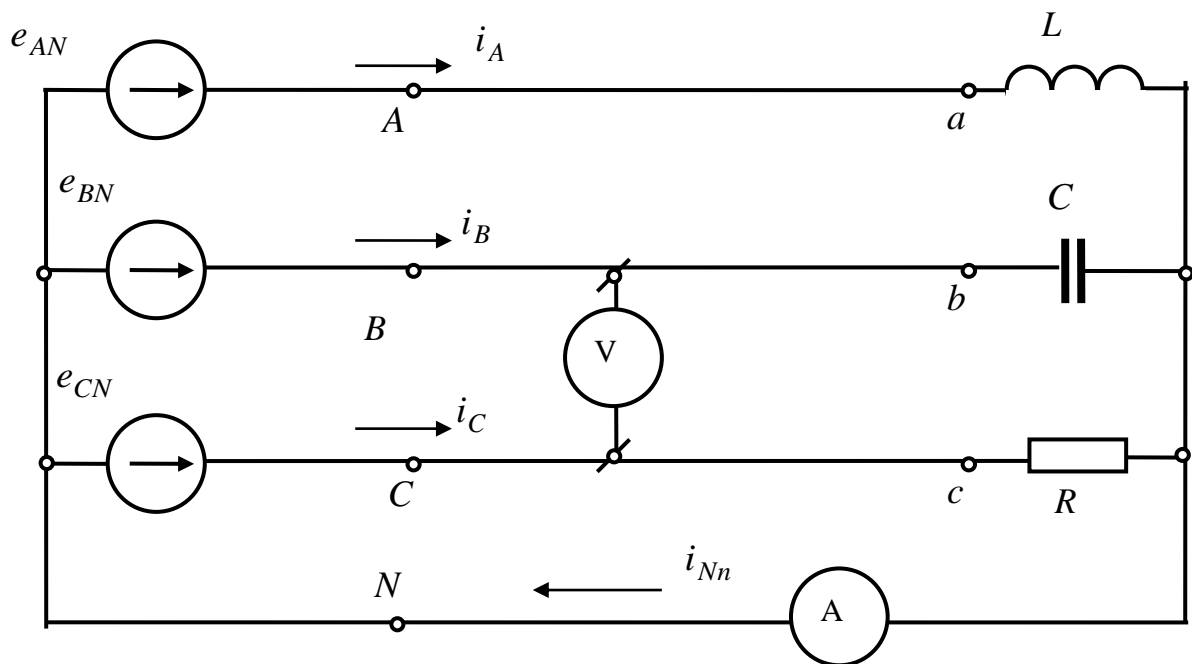


Рис. 2.5

Розв'язок задачі.

Лінійну напругу u_{BC1} для першої гармоніки знаходимо через різницю відповідних фазних напруг

$$u_{B1} = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^0), B; \underline{U}_{B1} = 100e^{j30^0}, B;$$

$$u_{C1} = 100\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^0), B; \underline{U}_{C1} = 100e^{-j90^0}, B;$$

Лінійні напруги

$$\underline{U}_{BC1} = \underline{U}_{B1} - \underline{U}_{C1} = 100(e^{j30^0} - e^{-j90^0}) = 173e^{j60^0}, B;$$

Миттєве значення

$$u_{BC1} = \sqrt{2} \cdot 173 \cdot \sin(\omega t + 60^0), B.$$

Треті гармоніки утворюють нульову послідовність, маємо

$$u_{BC3} = u_{B3} - u_{C3} = 0, B.$$

Рівняння лінійної напруги u_{BC5} для п'ятої гармоніки знаходимо через різницю відповідних фазних напруг

$$u_{B5} = 30\sqrt{2} \sin(5\omega t - 100^0), B; \underline{U}_{B5} = 30e^{-j100^0}, B;$$

$$u_{C5} = 30\sqrt{2} \sin(5\omega t + 20^0), B; \underline{U}_{C5} = 30e^{j20^0}, B.$$

Лінійні напруги

$$\underline{U}_{BC5} = \underline{U}_{B5} - \underline{U}_{C5} = \sqrt{3} \cdot 30 \cdot e^{-j100^0} e^{-j30^0} = \sqrt{3} \cdot 30 \cdot e^{-j130^0}, B;$$

Миттєве значення

$$u_{BC5} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 30 \cdot \sin(5\omega t - 130^0), B.$$

Миттєве значення лінійної напруги містить першу і п'яту гармоніки

$$u_{BC} = u_{BC1} + u_{BC5} = \sqrt{2} \cdot 173 \cdot \sin(\omega t + 60^0) + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 30 \cdot \sin(5\omega t - 130^0), B.$$

Покази вольтметра електродинамічної системи

$$U_{BC} = \sqrt{U_{BC1}^2 + U_{BC5}^2} = \sqrt{173^2 + (\sqrt{3} \cdot 30)^2} = 180, B.$$

Рівняння струму в нульовому проводі.

Комплексні значення фазних напруг для першої гармоніки

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_{B1} e^{j120^0} = 100e^{j30^0} e^{j120^0} = 100e^{j150^0}, B; \underline{U}_{B1} = 100e^{j30^0}, B;$$

$$\underline{U}_{C1} = \underline{U}_{B1} e^{-j120^0} = 100e^{j30^0} e^{-j120^0} = 100e^{-j90^0}, B.$$

Комплекси струмів в фазах і нульовому проводі для першої гармоніки

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{U}_{A1}}{\underline{Z}_{A1}} = \frac{100e^{j150^0}}{j15} = 6,66e^{j60^0}, A; \underline{I}_{B1} = \frac{\underline{U}_{B1}}{\underline{Z}_{B1}} = \frac{100e^{j30^0}}{j15} = 6,66e^{-j60^0}, A;$$

$$\underline{I}_{C1} = \frac{\underline{U}_{C1}}{\underline{Z}_{C1}} = \frac{100e^{-j90^0}}{15} = 6,66e^{-j90^0}, A.$$

$$\underline{I}_{N1} = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{B1} + \underline{I}_{C1} = 6,66e^{j60^0} + 6,66e^{-j60^0} + 6,66e^{-j90^0} = 13,33e^{-j30^0}, A.$$

Комплекси струмів в фазах і нульовому проводі для третьої гармоніки

$$\underline{U}_{A3} = \underline{U}_{B3} = \underline{U}_{C3} = 60e^{-j60^0}, B.$$

$$\underline{I}_{A3} = \frac{\underline{U}_{A3}}{\underline{Z}_{A3}} = \frac{60e^{-j60^\circ}}{3j15} = 1,33e^{-j150^\circ}, A; \quad \underline{I}_{B3} = \frac{\underline{U}_{B3}}{\underline{Z}_{B3}} = \frac{60e^{-j60^\circ}}{j15/3} = 12e^{j30^\circ}, A;$$

$$\underline{I}_{C3} = \frac{\underline{U}_{C3}}{\underline{Z}_{C3}} = \frac{60e^{-j60^\circ}}{15} = 4e^{-j60^\circ}, A.$$

$$\underline{I}_{Nn3} = \underline{I}_{A3} + \underline{I}_{B3} + \underline{I}_{C3} = 1,33e^{-j150^\circ} + 12e^{j30^\circ} + 4e^{-j60^\circ} = 11,38e^{j9,5^\circ}, A.$$

Комплекси струмів в фазах і нульовому проводі для п'ятої гармоніки

$$\underline{U}_{A5} = \underline{U}_{B5}e^{-j120^\circ} = 30e^{-j100^\circ}e^{-j120^\circ} = 30e^{-j220^\circ}, B; \quad \underline{U}_{B5} = 30e^{-j100^\circ}, B;$$

$$\underline{U}_{C5} = 30e^{j20^\circ}, B.$$

$$\underline{I}_{A5} = \frac{\underline{U}_{A5}}{\underline{Z}_{A5}} = \frac{30e^{-j220^\circ}}{5j15} = 0,4e^{-j310^\circ}, A; \quad \underline{I}_{B5} = \frac{\underline{U}_{B5}}{\underline{Z}_{B5}} = \frac{30e^{-j100^\circ}}{j15/5} = 10e^{-j10^\circ}, A;$$

$$\underline{I}_{C5} = \frac{\underline{U}_{C5}}{\underline{Z}_{C5}} = \frac{30e^{j20^\circ}}{15} = 2e^{j20^\circ}, A.$$

$$\underline{I}_{Nn5} = \underline{I}_{A5} + \underline{I}_{B5} + \underline{I}_{C5} = 0,4e^{-j310^\circ} + 10e^{-j10^\circ} + 2e^{j20^\circ} = 12e^{-j3,4^\circ}, A.$$

Рівняння миттєвого значення струму в нульовому проводі

$$i_{Nn} = i_{Nn1} + i_{Nn3} + i_{Nn5} + \underline{I}_{B5} + \underline{I}_{C5} = \sqrt{2} \cdot 13,33 \sin(\omega t - 30^\circ) +$$

$$+ \sqrt{2} \cdot 11,38 \sin(3\omega t + 9,5^\circ) + \sqrt{2} \cdot 12 \sin(5\omega t - 3,4^\circ), A.$$

Показання амперметра електродинамічної системи

$$I_{Nn} = \sqrt{I_{Nn1}^2 + I_{Nn3}^2 + I_{Nn5}^2} = \sqrt{13,33^2 + 11,38^2 + 12^2} = 21,24, A.$$

2.8. Розрахунок параметрів негармонійною трифазного кола при з'єднанні навантаження в симетричний трикутник при наявності опорів в проводах лінії

Задача. В трифазному електричному колі діє несинусоїдальна симетрична система ЕРС: $e_{AB}(\omega t) = 140\cos(\omega t) + 60\sin(5\omega t), B$, де $\omega = 2\pi/T$ при $T=0,015$ с. Параметри схеми $R = 24$ Ом, $L = 7,5$ мГн, $C = 37,5$ мкФ. Схема кола показана на рис. 2.6.

Визначити показання амперметра і вольтметра електромагнітної системи; активну і повну потужність трифазної системи.

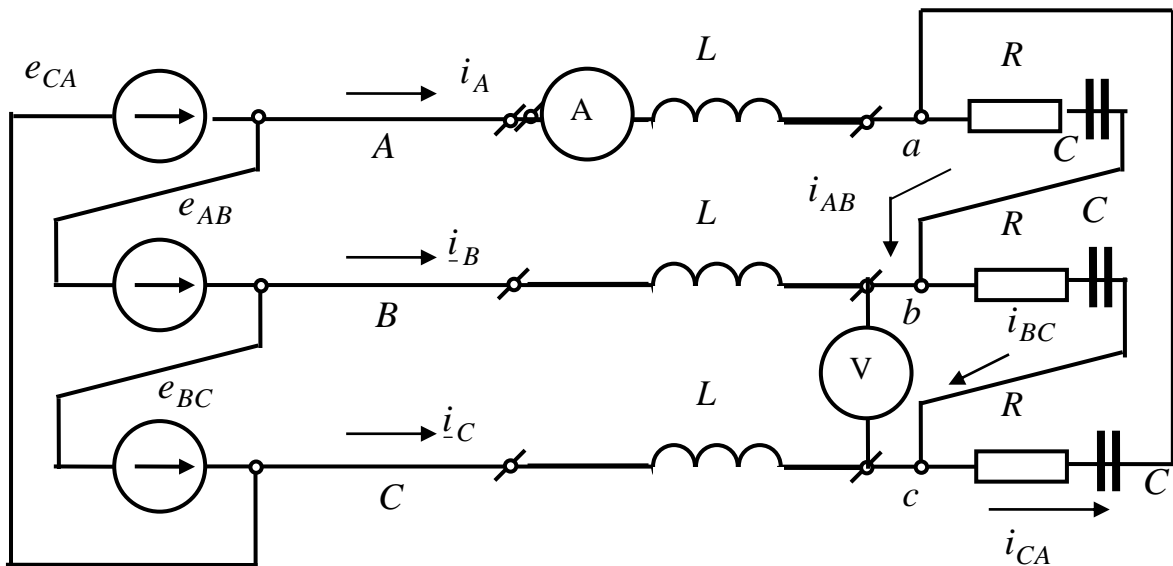


Рис. 2.6

Розв'язок задачі.

Для обліку індуктивного опору лінії перетворимо з'єднання трикутником ЕРС джерела енергії і навантаження в еквівалентну зірку, рис.2.7. Знаходимо фазні напруги фаз джерела енергії в еквівалентній зірці

$$u_{AB}(\omega t) = -140\cos(\omega t) - 60\sin(5\omega t), B,$$

$$\text{де } \omega = 2\pi/T = 2\pi/0,015 = 418,6 \text{ рад/с};$$

$$u_A(\omega t) = -\frac{140}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - 120^\circ) + \frac{60}{\sqrt{3}}\sin(5\omega t + 30^\circ) =$$

$$= -80,9\sin(\omega t - 120^\circ) + 34,7\sin(5\omega t + 30^\circ), B.$$

При знаходженні фазної напруги $u_A(\omega t)$ по відомим лінійним напругам, враховано, що вони відрізняються по модулю в $\sqrt{3}$ рази. Між фазними і лінійними напругами є зсув фаз 30° і що для п'ятої гармоніки лінійної напруги спостерігається зворотна послідовність чергування фаз. Тому фазна напруга п'ятої гармоніки випереджає лінійне на 30° .

$$u_B(\omega t) = -80,9\sin(\omega t - 240^\circ) + 34,7\sin(5\omega t + 150^\circ) =$$

$$= 80,9\sin(\omega t - 60^\circ) + 34,7\sin(5\omega t + 150^\circ), B;$$

$$u_C(\omega t) = -80,9\sin(\omega t) + 34,7\sin(5\omega t - 90^\circ) =$$

$$= 80,9\sin(\omega t - 180^\circ) + 34,7\sin(5\omega t - 90^\circ), B.$$

Опір кожного лінії:

$$\text{- першої гармоніки } \underline{Z}_{1l} = j\omega L = j418,6 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = j3,14 \text{ Ом};$$

$$\text{- для п'ятої гармоніки } \underline{Z}_{15} = j5 \cdot 418,6 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = j15,7 \text{ Ом}.$$

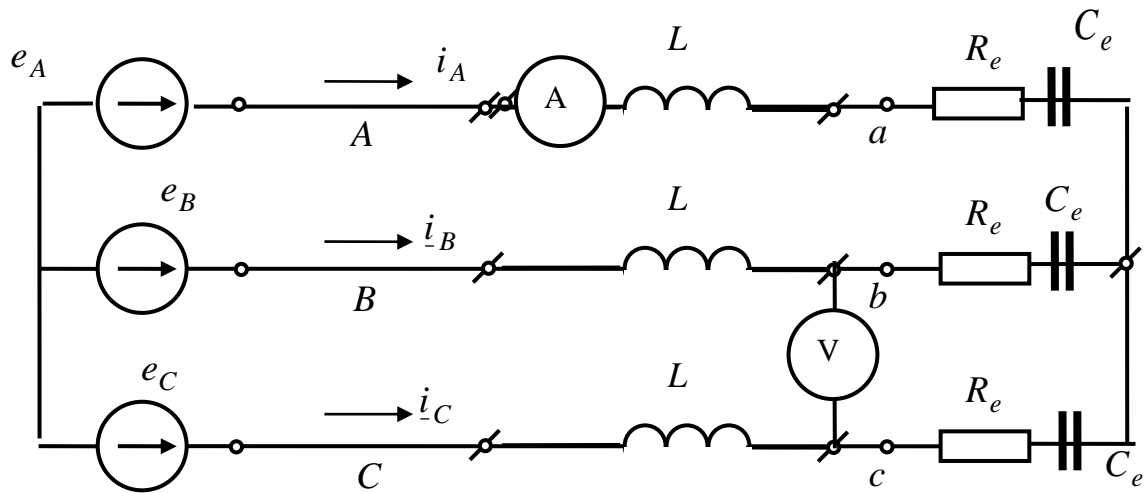


Рис. 2.7

Опір фаз навантаження

$$\underline{Z}_A = R - jx_c; x_{C1} = \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{418,6 \cdot 37,5 \cdot 10^{-6}} = 63,7, \text{ Ом};$$

$$x_{C5} = \frac{x_{C1}}{5} = \frac{63,7}{5} = 12,74, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{\Delta 1} = 24 - j63,7; \underline{Z}_{P\Delta 5} = 24 - j12,74, \text{ Ом}.$$

Опори фаз навантаження для еквівалентної зірки:

$$\underline{Z}_{Y1} = \frac{\underline{Z}_{\Delta 1}}{3} = \frac{24 - j63,7}{3} = 8 - j21,23 = 22,68e^{-j69,3^0}, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{Y5} = \frac{\underline{Z}_{\Delta 5}}{3} = \frac{24 - j12,74}{3} = 8 - j4,246 = 9,056e^{-j27,3^0}, \text{ Ом}.$$

Опори фаз навантаження для еквівалентної зірки з урахуванням опорів провідів лінії:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{Y1} = j3,14 + 8 - j21,23 = 19,8e^{-j66,1^0}, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_5 = j15,7 + 8 - j4,246 = 13,96e^{j55^0}, \text{ Ом}.$$

Амплітуди лінійних струмів:

- для першої гармоніки

$$I_{mA1} = I_{mB1} = I_{mC1} = \frac{U_{m1}}{Z_1} = \frac{80,9}{19,8} = 4,085, \text{ А};$$

- для п'ятої гармоніки

$$I_{mA5} = I_{mB5} = I_{mC5} = \frac{U_{m5}}{Z_5} = \frac{34,7}{13,96} = 2,485, \text{ А}.$$

Показання амперметра

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{I_{mA1}^2 + I_{mA5}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4,083^2 + 2,485^2} = 3,37, \text{ А}.$$

Амплітуда фазної напруги на навантаженні:

$$U_{mA1} = I_{mA1} Z_{Y1} = 4,085 \cdot 22,68 = 92,64, B;$$

$$U_{mA5} = I_{mA5} Z_{Y5} = 2,485 \cdot 9,056 = 55,9, B.$$

Діюче значення фазної напруги на приймачі

$$U_{PY} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{U_{mA1}^2 + U_{mA5}^2} = \sqrt{92,64^2 + 55,9^2} = 76,7, B.$$

Показання вольтметра

$$U = \sqrt{3} \cdot U_{PY} = 1,73 \cdot 76,7 = 132,69, B.$$

Активна і повна потужності трифазного кола

- активна потужність

$$P = 3 \cdot I^2 \cdot R_{Y1} = 3 \cdot 3,4^2 \cdot 8 = 277,44, Bm.$$

- повна потужність

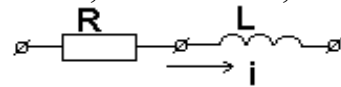
$$S = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot 108 \cdot 3,4 = 635, BA,$$

$$\text{де } U_L = \sqrt{U_{L1}^2 + U_{L5}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{140^2 + 60^2} = 108, B.$$

2.9. Питання для самоперевірки за методами розрахунку однофазних кіл при негармонійних напругах

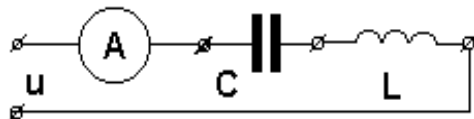
1. Знайти діюче значення напруги U , якщо $R=10$ Ом, $\omega L=10$ Ом;

$$i = (5 + 5\sqrt{2} \sin \omega t - 5\sqrt{2} \sin (2\omega t + 45^\circ)), A$$

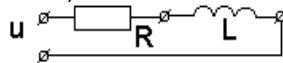


2. Знайти показання амперметра електромагнітної системи, якщо

$$u = (100 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t - 100\sqrt{2} \sin(3\omega t + 60^\circ)), B; \omega L = 10 \text{ Ом}; \frac{1}{\omega C} = 30 \text{ Ом}.$$



3. Знайти коефіцієнт потужності кола, якщо задано $R=4$ Ом, $x_L = \omega \cdot L = 3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega \cdot t), A$.



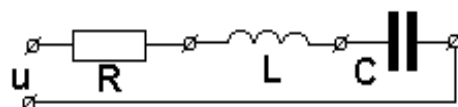
4. Знайти повну потужність S кола, якщо задано: $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t), A$;

$$z = (4 + j3), \text{ Ом}.$$



5. До кола прикладена напруга $u = (100 + 100\sqrt{2} \sin(100t + 45^\circ)) B$. Знайти

реактивну потужність, якщо $\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} = 10$ Ом, $R=10$ Ом.



6. Знайти реактивну потужність Q кола, якщо задано: $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А;
 $z = (4 + j3)$, Ом.

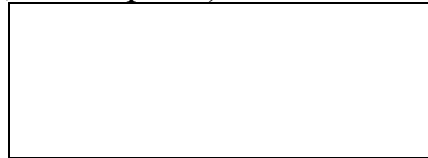


7. До двополюсника підведена напруга $u = (100 + 141 \sin(100t + 45^\circ))$, В, під дією якої протікає струм $i = 5 \sin 100t$, А. Знайти повну потужність S .

8. Знайти коефіцієнт потужності двополюсника, якщо $u = (120\sqrt{2} \sin \omega t + 50\sqrt{2} \sin(3\omega t + 45^\circ))$, В, $i = 4\sqrt{2} \sin \omega t$.

9. Знайти активну потужність P кола, що містить послідовне з'єднання R , L елементів, якщо $i = (6 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А, $R=4$ Ом, $\omega L=3$ Ом.

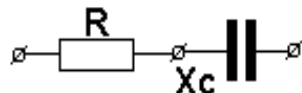
10. Знайти активну потужність P , которая потребується цепью, если $u = (100 + 100 \sin(\omega t + 45^\circ))$, В, $C=100$ мкФ, $R=10$ Ом и цепь находится в режиме резонанса токов ($\omega=314$ рад/с).



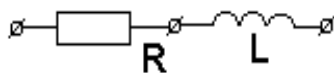
11. До кола з послідовно з'єднаними R , L , C елементами прикладена несинусоїдальна напруга $u = 100 + \sqrt{2} \cdot 100 \sin(100t + 45^\circ)$, В. Параметри кола $\omega L = \frac{1}{\omega C} = R = 100$ Ом. Знайти активну потужність P , яка споживається

КОЛОМ.

12. Знайти активну потужність, яка виділяється в колі, якщо $u = (100\sqrt{2} \sin \omega t + 20\sqrt{2} \sin 3\omega t)$, В, $R=10$ Ом, $\frac{1}{\omega C}=30$ Ом.



13. Знайти активну потужність, яка виділяється в колі, якщо $u = (100\sqrt{2} \sin \omega t + 40\sqrt{2} \sin 2\omega t)$, В, $R=20$ Ом, $\omega L=10$ Ом.



14. До двополюсника підведена напруга $u = (100 + 150 \sin(100t + 45^\circ))$, В під дією якого протікає струм $i = 5$ А (миттєве значення). Визначити активну потужність P , яка споживається двополюсником.

15. До двополюсника підведена напруга $u = (100 + 141 \sin(100t + 45^\circ))$, В, під дією якого протікає струм $i = 5 \sin(100t)$, А. Визначити активну P і реактивну Q потужності, які споживаються двополюсником.

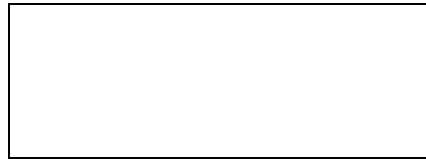
16. До кола з параметрами $\frac{1}{\omega C} = \omega L = R = 10$ Ом прикладена несинусоїдальна

напруга $u = 100 + 5 \sin \omega t$. Визначити показання вольметра магнітоелектричної системи.

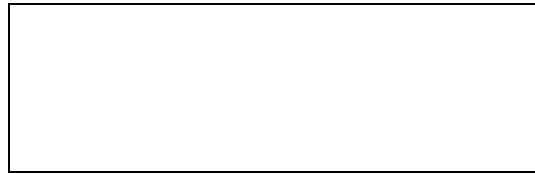


17. Струм і напруга двополюсника задані, $i = I_{m1} \sin \omega t$, А
 $u = U_o + U_{m1} \sin(\omega t + 45^\circ)$, Знайти $x_L = \omega L$, якщо $R = 1/(\omega C) = 40$ Ом.

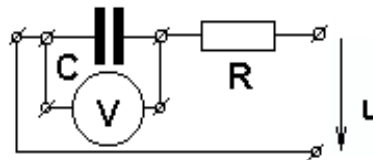
18. До кола прикладена несинусоїдальна напруга $u = (20 + 10\sqrt{2} \sin \omega t)$, В.
Дано $R=10$ Ом, $\omega L = \frac{1}{\omega C} = 10$ Ом. Визначити показання амперметра А електромагнітної системи.



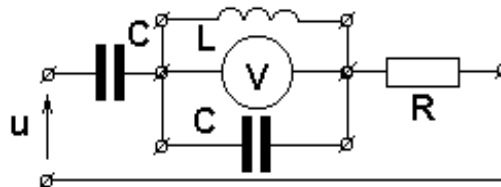
19. До кола прикладена несинусоїдальна напруга $u = (20 + 10\sqrt{2} \sin 100\omega t)$, В.
Параметри схеми $R=10$ Ом, $\omega L = \frac{1}{\omega C}$. Знайти показання амперметра А1 електромагнітної системи.



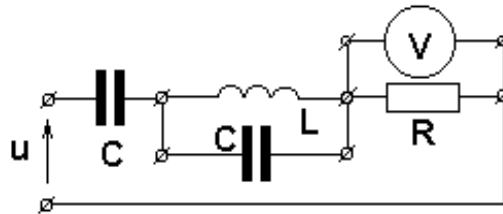
20. До кола прикладена несинусоїдальна напруга $u = (100 + 70,5 \sin 100t)$, В.
Параметри схеми $R=100$ Ом, $C=100$ мкФ. Знайти показання вольтметра електромагнітної системи.



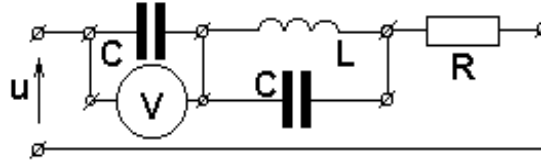
21. До кола прикладена несинусоїдальна напруга $u = (100 + 141 \sin 100t)$, В.
Параметри кола задані: $C=100$ мкФ, $L=1$ Г, $R=10$ Ом. Знайти показання вольтметра електромагнітної системи.



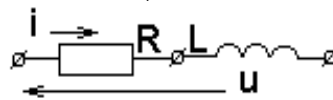
22. До кола прикладена несинусоїдальна напруга $u = (100 + 150 \sin \omega t)$, В.
Параметри кола: $\omega=100$ р/с, $C=100$ мкФ, $L=1$ Г, $R=10$ Ом. Знайти показання вольтметра електромагнітної системи.



23. Для кола задано: $u = (100 + 150\sin 100t)$, В, $C=100$ мкФ, $L=1$ Г, $R=10$ Ом. Знайти показання вольтметра електромагнітної системи.



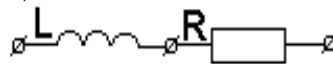
24. Знайти діюче значення напруги U , якщо $R=10$ Ом, $\omega L=10$ Ом, $i = (5 + 5\sqrt{2} \sin \omega t - 5\sqrt{2} \sin(2\omega t + 45^\circ))$, А.



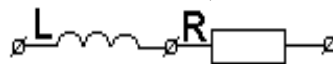
25. Знайти показання амперметра електромагнітної системи, якщо $u = (100\sqrt{2} \sin \omega t - 100\sqrt{2} \sin(3\omega t + 60^\circ))$, В. $\omega L=10$ Ом, $\frac{1}{\omega C}=30$ Ом.



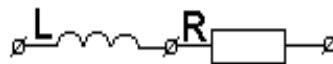
26. Знайти напруги, що прикладена до кола, якщо задано: $R=4$ Ом, $x_L = \omega L=3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



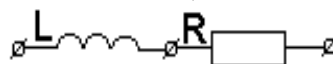
27. Знайти активну потужність, споживану колом, якщо задано: $R=4$ Ом, $x_L = \omega L=3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



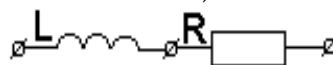
28. Знайти реактивну потужність, споживану колом, якщо задано: $R=4$ Ом, $x_L = \omega L=3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



29. Знайти повну потужність, споживану колом, якщо задано: $R=4$ Ом, $x_L = \omega L=3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



30. Знайти потужність спотворення, споживану колом, якщо задано: $R=4$ Ом, $x_L = \omega L=3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



3. МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

3.1. Методичні вказівки до розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах

1. Класичний метод розрахунку перехідних процесів.

1.1. Перехідні процеси виникають в електричних колах у яких є зміна запасеної електромагнітної енергії в реактивних елементах. Запасена електромагнітна енергія при кінцевих потужностях джерел енергії може змінюватися плавно, без стрибкоподібних змін, що призводить до генерування перехідного процесу.

1.2. Розглядаємо зміну запасеної електромагнітної енергії за рахунок перемикань у вітках кола. Будь-яке перемикання в колі визначаємо терміном комутація.

1.3. Перемикання робиться за допомогою ключів. В електричних колах використовуються ключі двох типів: розмикаючи (ключ на розмикання або нормально замкнутий) і замикаючи (ключ на замикання або нормально розімкнутий). У розмикаючого ключа до комутації опір дорівнює нулю, а після комутації – нескінченності. У замикаючого ключа до комутації опір дорівнює нескінченності, а після комутації – нулю.

1.4. Перехідний процес описується в колі неоднорідним диференціальним рівнянням. Порядок диференціального рівняння однозначно визначається кількістю накопичувачів енергії в електричному колі. У правій частині неоднорідного диференціального рівняння знаходиться величина, яка визначається параметрами джерела енергії кола.

1.5. Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння знаходиться у вигляді суми двох інтегралів. Перший визначається загальним розв'язком однорідного диференціального рівняння і називається це рішення вільною складовою перехідного процесу, а другий визначається частковим рішенням неоднорідного диференціального рівняння і називається це рішення вимушеною (вимушена) складовою перехідного процесу.

1.6. Вільна складова перехідного процесу знаходиться по корінню характеристичного рівняння. Коріння характеристичного рівняння знаходяться з операційного опору електричного кола після комутації. Кожному кореневі характеристичного рівняння відповідає своя експоненціальна складова перехідного процесу.

1.7. Дійсні частини коренів характеристичного рівняння повинні бути від'ємними, що відповідає загасаючим перехідним процесам.

1.8. Величина зворотна по модулю від дійсної частини кореня характеристичного рівняння є постійною часу перехідного процесу. Перехідний процес триває від трьох до п'яти постійних часу перехідного процесу

1.9. Розв'язок диференціальних рівнянь призводить до необхідності розрахунку постійних інтегрування, які визначаються виходячи з незалежних і залежних початкових умов.

1.10. Незалежні початкові умови визначаються на накопичувачах електромагнітної енергії. Незалежні початкові умови розраховуються виходячи із законів комутації.

1.11. Перший закон комутації: в будь-який електричній вітці, що містить індуктивний елемент струм і поточозчеплення в індуктивності в момент комутації зберігають значення, які вони мали безпосередньо перед комутацією, і надалі вони змінюються починаючи від цих значень.

1.12. Другий закон комутації: в будь-який електричній вітці, що містить ємнісний елемент напруга і заряд на ємності в момент комутації зберігають ті значення, які вони мали безпосередньо перед комутацією, і в подальшому вони змінюються від цих значень.

1.13. Відлік початку перехідного процесу проводиться від моменту комутації.

1.14. Незалежні початкові умови розраховуються по законам комутації.

1.15. Залежні початкові умови розраховуються виходячи з незалежних початкових умов і законів Кірхгофа, складених в момент комутації.

2. Операторний метод розрахунку перехідних процесів.

2.1. На першому етапі розрахунку визначаються за законами комутації незалежні початкові умови на накопичувачах електромагнітної енергії.

2.2. На другому етапі розрахунків переходимо з області дійсного змінного до операторних зображень – для цього будується операторна схема заміщення, в якій ненульові початкові умови на накопичувачах енергії враховуються шляхом введення додаткових ЕРС.

2.3. За операторної схемою заміщення в області операторних зображень знаходиться шукана величина шляхом розв'язку алгебраїчних рівнянь одним з методів: за законами Кірхгофа, методами контурних струмів, вузлових потенціалів, перетворення, накладення, еквівалентного генератора.

2.4. Шукана величина буде отримана в області операторних зображень у вигляді дрібно-раціональної функції як відношення поліномів чисельника до поліному знаменника.

2.5. На третьому етапі розв'язку переходимо з області операторних зображень до області дійсної змінної. В найпростіших випадках використовуються таблиці перетворень, а в загальному випадку шляхом використання теореми розкладання.

3. Розрахунок перехідних процесів методом змінних станів.

3.1. Поряд з струмами віток і напругами в якості змінних зручно вибрати змінні, які призводять до розв'язку диференціальних рівнянь в нормальній формі або формі Коші. Нормальна форма системи диференціальних рівнянь характеризується тим, що кожне рівняння містить лише першу похідну, відповідної змінної, яка записується в лівій частині рівняння. Права частина рівнянь не містить похідних і є лінійною функцією обраних змінних і діючих в колі джерел енергії. Такі змінні є змінними стану, а рівняння – рівняння

стану. При цьому змінні стану утворюють систему рівнянь з мінімальною кількістю змінних, які повністю визначають перехідні функції струмів і напруг у всіх вітках кола після комутації.

3.2. Число рівнянь першого порядку в формі Коші в системі рівнянь і число змінних стану, дорівнює порядку диференціального рівняння або кількості накопичувачів енергії в колі.

3.3. Для електричних ланцюгів в якості змінних стану зручно приймати струми в індуктивних елементах i_L і напруги на ємнісних елементах u_C , де виконуються незалежні початкові умови.

3.4. Використовуючи закони Кірхгофа складають систему рівнянь в нормальній формі в яку входять вектор стану, параметри джерел енергії та опорів віток

$$\frac{d}{dt} \bar{X} = A\bar{X} + B\bar{V},$$

де \bar{X} – вектор стану; \bar{V} – вектор джерел живлення; A, B – матриці коефіцієнтів, які визначаються параметрами віток кола.

3.5. Отримана система диференціальних рівнянь

$$\frac{d}{dt} \bar{X} = A\bar{X} + B\bar{V}$$

розв'язується аналітично, використовуючи апарат матричних перетворень або чисельними методами шляхом інтегрування диференціальних рівнянь з урахуванням початкових умов в формі Коші.

3.6. Знайшовши вектор стану кола \bar{X} , вихідний вектор \bar{Y} визначається як лінійна комбінація вектору стану і вектору джерел енергії

$$\bar{Y} = C\bar{X} + D\bar{V},$$

де C, D – матриці коефіцієнтів, які визначаються параметрами віток кола.

4. Розрахунок перехідних процесів на основі інтеграла Дюамеля.

4.1. Класичним або операторним методом знаходять перехідну функцію при стрибкоподібному змінюванні параметрів електричного кола.

4.2. Для полегшення знаходження залежних початкових умов в момент комутації котушки індуктивності зручно замінювати ідеальними джерелами струму, а ємнісні елементи – ідеальними джерелами напруги. Значення струму джерела струму визначається за першим законом комутації, а значення напруги ідеального джерела напруги – за другим законом комутації. При нульових початкових умовах можна вважати, що котушка індуктивності в момент комутації розриває вітку, де вона ввімкнена, а ємність - шунтує ділянку вітки, де вона ввімкнена.

4.3. По перехідній функції знаходять нормовану перехідну функцію при вмиканні одиничного джерела енергії: джерело напруги з вихідною напругою 1 В або джерело струму з вихідним струмом 1 А. Нормована перехідна функція в залежності від розмірності вхідного і вихідного сигналів може мати розмірність опору, провідності або бути безрозмірною величиною.

4.4. Проводять кусочно-лінійну апроксимацію вхідної напруги або струму аналітичним описом в функції часу.

4.5. Для виділених ділянок кусково-лінійної апроксимації застосовують одну з форм інтеграла Дюамеля і знаходять реакцію кола на заданий складний вплив у вигляді суми розв'язань, які стикаються на кордонах ділянок апроксимації.

3.2. Розрахунок перехідних процесів в розгалуженому резистивно-індуктивному колі

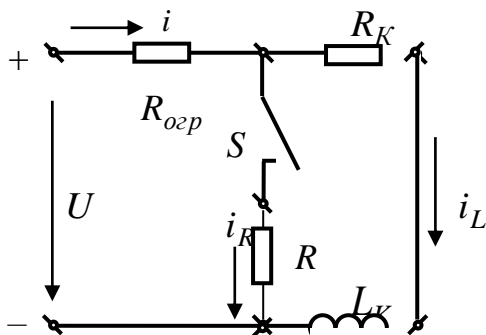


Рис.31

Задача. Розрахувати перехідні струми і напруги класичним і операторних методами в електричному колі, рис.3.1, що містить елементи: $R_{ozp} = R_K = R = 10$ Ом, $L_K = 0,05$ Гн, $U = 20$ В.

Розв'язок задачі класичним методом.

До комутації коло містить одну гілку, яка обтікає струмом

$$i_L(-0) = U / (R_{ozp} + R_K) = 20 / 20 = 1, A.$$

Відповідно до струму $i_L(-0) = 1, A$ до комутації котушка накопичить енергію в магнітному полі $W_L(-0) = Li^2_L(-0) / 2$. Після закінчення перехідного процесу котушка обтікається постійним струмом (вимушена складова)

$$i_{npL} = \frac{U}{R_{ozp} + \frac{R_K \cdot R}{R_K + R}} \frac{R}{R_K + R} = 0,67, A.$$

Після закінчення перехідного процесу запасена в котушці електромагнітна енергія $W_{npL}(-0) = Li^2_{npL} / 2$ зміниться (зменшиться), так як зменшився струм, обтікаючий котушку. Виходячи з принципу плавності зміни запасеної електромагнітної енергії в колі виникає перехідний процес.

Для спрощення розрахунків в вітках з індуктивністю простіше знайти струм, а напругу на котушці розрахувати як спад напруги від цього струму.

Після комутації генеруються вільна (індекс св) і вимушена (індекс ін) струми в кожній вітці

$$i = i_{\tilde{n}\hat{a}} + i_{\tilde{i}\hat{\delta}} ; i_R = i_{R\tilde{n}\hat{a}} + i_{R\tilde{i}\hat{\delta}} ; i_L = i_{L\tilde{n}\hat{a}} + i_{L\tilde{i}\hat{\delta}} .$$

Вимушені складові струмів віток знаходимо по закінченню перехідного процесу. При розрахунку враховано, що ідеальна індуктивність не робить опору протіканню постійному струму, а струми в паралельних вітках визначаються як в дільнику струмів:

$$i_{i\delta} = \frac{U}{R_{i\bar{a}\delta} + \frac{R_{\hat{E}} \cdot R}{R_{\hat{E}} + R}} = 1,33, A; i_{Ri\delta} = \frac{U}{R_{i\bar{a}\delta} + \frac{R_{\hat{E}} \cdot R}{R_{\hat{E}} + R}} \frac{R_{\hat{E}}}{R_{\hat{E}} + R} = 0,67;$$

$$i_{Li\delta} = \frac{U}{R_{i\bar{a}\delta} + \frac{R_{\hat{E}} \cdot R}{R_{\hat{E}} + R}} \frac{R}{R_{\hat{E}} + R} = 0,67, A.$$

Вільні складові знаходимо по кореню характеристичного рівняння. Це рівняння знаходимо через опір змінному струму кола після комутації

$$\underline{Z} = R_{i\bar{a}\delta} + \frac{(R_K + j\omega L_K) \cdot R}{R_K + j\omega L_K + R}.$$

У знайдений опір вводимо корінь характеристичного рівняння p шляхом формальної заміни символів $j\omega \rightarrow p$ і прирівнювання рівняння до нуля

$$R_{i\bar{a}\delta} + \frac{(R_K + pL_K) \cdot R}{R_K + pL_K + R} = 0.$$

Відділяємо корінь характеристичного рівняння

$$R_{i\bar{a}\delta} + \frac{(R_K + pL_K) \cdot R}{R_K + pL_K + R} = \frac{R_{i\bar{a}\delta}(R_K + pL_K + R) + (R_K + pL_K) \cdot R}{R_K + pL_K + R} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю

$$R_{i\bar{a}\delta}(R_K + pL_K + R) + (R_K + pL_K) \cdot R = 0.$$

Шуканий корінь характеристичного рівняння

$$p = -\frac{R_{i\bar{a}\delta}(R_K + R) + R_K \cdot R}{L_K(R_{i\bar{a}\delta} + R)} = -\frac{10 \cdot 20 + 100}{0,05 \cdot 10^{-3} \cdot 20} = -300000,1 / \text{н}.$$

Знайденому кореню в загальному вигляді відповідають вільні струми віток

$$i_{\bar{n}\hat{a}} = Ae^{pt}; i_{Lc\hat{a}} = A_1 e^{pt}; i_{R\bar{n}\hat{a}} = A_2 e^{pt},$$

де A, A_1, A_2 - постійні інтегрування.

Для знаходження постійних інтегрування знаходимо незалежні початкові умови

$$i_L(0) = U / (R_{i\bar{a}\delta} + R_{\hat{E}}) = 20 / 20 = 1, \text{А}.$$

Залежні початкові умови знаходимо по незалежним і законам Кірхгофа, складеним в момент комутації

$$\left. \begin{aligned} i_L(0) &= 1, \text{А}; \\ i(0) &= i_L(0) + i_R(0); \\ U &= i(0)R_{i\bar{a}\delta} + i_R(0)R. \end{aligned} \right\}$$

Розв'язуємо систему рівнянь з двома невідомими струмами

$$\left. \begin{aligned} i(0) &= 1 + i_R(0); \\ 20 &= 10 \cdot i(0) + 10 \cdot i_R(0) \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} i_R(0) &= 0,5, \text{А}; \\ i(0) &= 1,5, \text{А}. \end{aligned} \right\}$$

Знайшовши залежні початкові умови знаходимо постійні інтегрування A, A_1, A_2 , розглядаючи початкові рівняння перехідних струмів в момент комутації ($t=0$)

$$\left. \begin{array}{l} i(0) = i_{cs}(0) + i_{np}(0); \\ i_R(0) = i_{Rcc}(0) + i_{Rnn}(0); \\ i_L(0) = i_{Lcc}(0) + i_{Lnn}(0); \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 1,5 = A + 1,33; \\ 0,5 = A_2 + 0,67; \\ 1 = A_1 + 0,67; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} A = 1,5 - 1,33 = 0,17; \\ A_2 = 0,5 - 0,67 = -0,17; \\ A_1 = 1 - 0,67 = 0,33; \end{array} \right\}$$

Знайдений розв'язок для струмів віток

$$i = 0,16e^{-300000 \cdot t} + 1,33, A;$$

$$i_R = -0,17e^{-300000 \cdot t} + 0,67, A;$$

$$i_L = 0,33e^{-300000 \cdot t} + 0,67, A.$$

Спад напруги на котушці індуктивності

$$u_L = L_K \frac{di_L}{dt} = 0,05 \cdot 10^{-3} \frac{d(0,33e^{-300000 \cdot t} + 0,67)}{dt} = -5e^{-300000 \cdot t}, B.$$

Напругу на котушці індуктивності можна розрахувати і безпосередньо як суму вимушеної і вільної складових

$$u_L = u_{L\tilde{n}\hat{a}} + u_{Li\ddot{\delta}}.$$

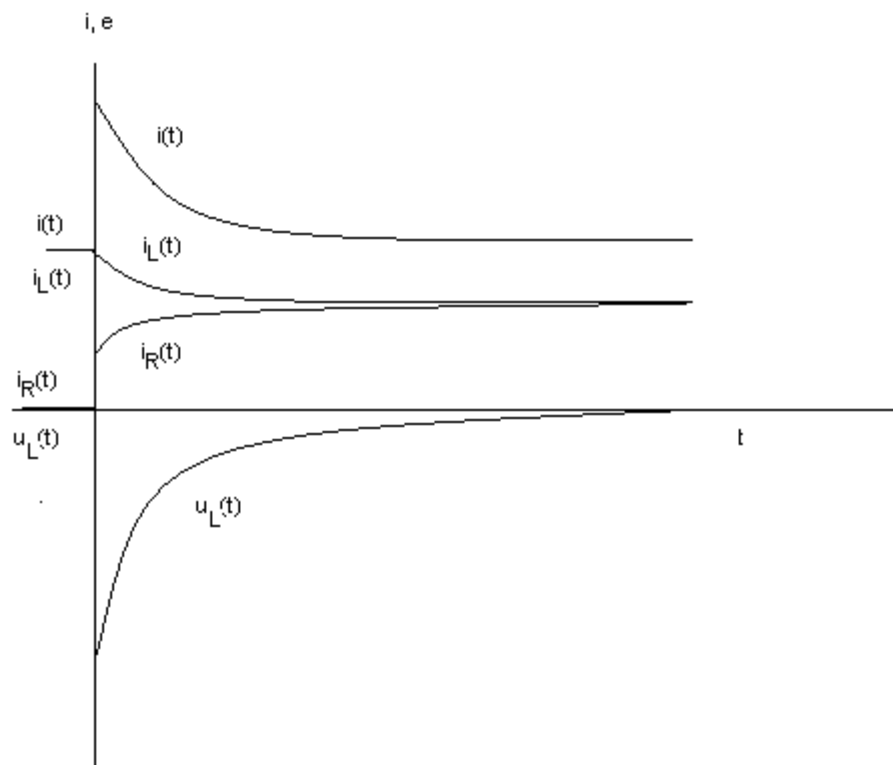


Рис. 3.2.

Вимушена складова спаду напруги після закінчення перехідного процесу дорівнює нулю, так як котушка обтикається постійним струмом $u_{Li\ddot{o}} = 0$.

Вільна складова перебувати по кореню характеристичного рівняння $p = -300000,1/\tilde{n}$: $u_{Lc\hat{a}} = A_4 e^{pt}$. Знаходимо залежну початкову умову, застосувавши до зовнішнього контуру другий закон Кірхгофа $U = i(0)R_{i\ddot{a}\ddot{o}} + i_L(0)R_K + u_L(0)$; $20 = 15 + 10 + u_L(0)$; $u_L(0) = -5, B$.

Розглядаємо початкове рівняння в момент комутації

$$u_L(0) = u_{L\tilde{n}\hat{a}}(0) + u_{Li\ddot{o}}(0); -5 = A_4 + 0.$$

Шуканий розв'язок для перехідної напруги на котушці індуктивності після комутації співпадає з раніше знайденим $u_L = -5e^{-300000 \cdot t}, B$.

Графіки розрахункових значень перехідних функцій напруги на котушці індуктивності і струмів гілок, представлені на рис. 3.2.

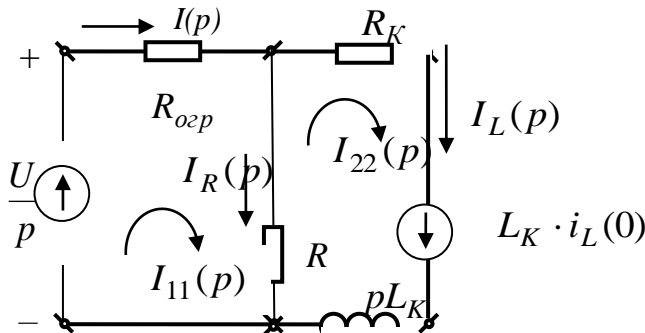


Рис.33

Розв'язок задачі операторним методом.

Ненульові початкові умови на накопичувачі енергії (котушка індуктивності) знаходяться за першим законом комутації

$$i_L(0) = U / (R_{oup} + R_K) = 20 / 20 = 1, A$$

Операторна схема заміщення будується після комутації з

урахуванням ненульових початкових умов, рис.3.3.

Зображення шуканих струмів віток знаходимо методом контурних струмів в операторній формі

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(p)Z_{11}(p) - I_{22}(p)Z_{12}(p) &= E_{11}(p) \\ -I_{11}(p)Z_{21}(p) + I_{22}(p)Z_{22}(p) &= E_{22}(p) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(p)(R_{i\ddot{a}\ddot{o}} + R) - I_{22}(p)(R) &= U / p \\ -I_{11}(p)(R) + I_{22}(p)(R_{\hat{E}} + R + pL_K) &= L_K i_L(0) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(p)(20) - I_{22}(p)(10) &= 20 / p \\ -I_{11}(p)(10) + I_{22}(p)(20 + p \cdot 0,05 \cdot 10^{-3}) &= 0,05 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 20 + p \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \end{vmatrix} = 20(20 + p \cdot 0,05 \cdot 10^{-3}) - 100 = 300 + 0,001p;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20/p & -10 \\ 0,05 \cdot 10^{-3} & 20 + p \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \end{vmatrix} = \frac{20}{p}(20 + p \cdot 0,05 \cdot 10^{-3}) + 0,5 \cdot 10^{-3} =$$

$$= \frac{400}{p} + 1,5 \cdot 10^{-3} = \frac{400 + 1,5 \cdot 10^{-3} p}{p};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 20 & 20/p \\ -10 & 0,05 \cdot 10^{-3} \end{vmatrix} = 1 \cdot 10^{-3} + \frac{200}{p} = \frac{1 \cdot 10^{-3} p + 200}{p}.$$

Зображення контурних струмів схеми

$$I_{11}(p) = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\frac{400 + 1,5 \cdot 10^{-3} p}{p}}{300 + 0,001p} = \frac{400 + 1,5 \cdot 10^{-3} p}{p(300 + 0,001p)};$$

$$I_{22}(p) = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\frac{200 + 1 \cdot 10^{-3} p}{p}}{300 + 0,001p} = \frac{200 + 1 \cdot 10^{-3} p}{p(300 + 0,001p)}.$$

Зображення струмів віток схеми

$$I(p) = I_{11}(p) = \frac{400 + 1,5 \cdot 10^{-3} p}{p(300 + 0,001p)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)};$$

$$I_R(p) = I_{11}(p) - I_{22}(p) =$$

$$\frac{400 + 1,5 \cdot 10^{-3} p}{p(300 + 0,001p)} - \frac{200 + 1,0 \cdot 10^{-3} p}{p(300 + 0,001p)} = \frac{200 + 0,5 \cdot 10^{-3} p}{p(300 + 0,001p)} = \frac{F_3(p)}{F_4(p)};$$

$$I_L(p) = I_{22}(p) = \frac{200 + 1,0 \cdot 10^{-3} p}{p(300 + 0,001p)} = \frac{F_5(p)}{F_6(p)}.$$

Знаходимо оригінали шуканих струмів в функції дійсної змінної, використовуючи теорему розкладання

$$F_1(p) = 400 + 1,5 \cdot 10^{-3} p; F_2(p) = F_4(p) = F_6(p) = p(300 + 0,001p);$$

$$F_3(p) = 200 + 0,5 \cdot 10^{-3} p; F_5(p) = 200 + 1 \cdot 10^{-3} p;$$

$$F_2(p) = F_4(p) = F_6(p) = p(300 + 0,001p) = 0 \rightarrow p_0 = 0; p_1 = -300000;$$

$$F_2'(p) = F_4'(p) = F_6'(p) = 300 + 0,002p.$$

$$i(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_1(p_n)}{F_2'(p_n)} e^{p_n t} = \frac{F_1(0)}{F_2'(0)} e^{0t} + \frac{F_1(-300000)}{F_2'(-300000)} e^{-300000t} =$$

$$= \frac{400}{300} + \frac{400 + 1,5 \cdot 10^{-3}(-300000)}{300 + 0,002 \cdot (-300000)} e^{-300000 \cdot t} = 1,33 + 0,16e^{-300000 \cdot t}, A;$$

$$i_R(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_3(p_n)}{F_4'(p_n)} e^{p_n t} = \frac{F_3(0)}{F_4'(0)} e^{0t} + \frac{F_3(-300000)}{F_4'(-300000)} e^{-300000t} =$$

$$= \frac{200}{300} + \frac{200 + 0,5 \cdot 10^{-3}(-300000)}{300 + 0,002 \cdot (-300000)} e^{-300000 \cdot t} = 0,67 - 0,17 e^{-300000 \cdot t}, A;$$

$$i_L(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_5(p_n)}{F_6'(p_n)} e^{p_n t} = \frac{F_5(0)}{F_6'(0)} e^{0t} + \frac{F_5(-300000)}{F_6'(-300000)} e^{-300000t} =$$

$$= \frac{200}{300} + \frac{200 + 1 \cdot 10^{-3}(-300000)}{300 + 0,002 \cdot (-300000)} e^{-300000 \cdot t} = 0,67 + 0,33 e^{-300000 \cdot t}, A.$$

Зображення спаду напруги на котушці індуктивності знаходимо за законом Ома в операторній формі

$$U_L(p) = I_L(p) p L_K = \frac{200 + 1,0 \cdot 10^{-3} p}{p(300 + 0,001 p)} p \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} =$$

$$= \frac{0,01 p + 0,05 \cdot 10^{-6} p}{p(300 + 0,001 p)} = \frac{F_7(p)}{F_8(p)}.$$

Оригінал напруги на котушці індуктивності знаходимо застосувавши теорему розкладання

$$u_L(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_7(p_n)}{F_8'(p_n)} e^{p_n t} = \frac{F_7(0)}{F_8'(0)} e^{0t} + \frac{F_7(-300000)}{F_8'(-300000)} e^{-300000t} =$$

$$= \frac{0}{300} + \frac{0,01(-300000) + 0,05 \cdot 10^{-6}(-300000)}{300 + 0,002 \cdot (-300000)} e^{-300000 \cdot t} = -5 e^{-300000 \cdot t}, B.$$

3.3. Розрахунок перехідних процесів в розгалуженому резистивно-ємнісному колі

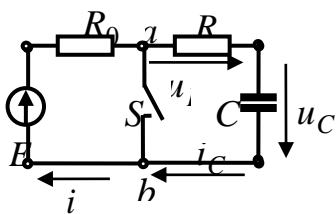


Рис.3.4

Задача. Розрахувати перехідні струми і напруги класичним і операторних методами в електричному колі, рис.3.4, що містить елементи: $R_0 = R = 10$ Ом, $C = 10$ мкФ, $E = 20$ В.

Розв'язок задачі класичним методом. У вітках, що містять ємнісні елементи зручніше спочатку знайти напруга на ємності, а струм визначити як похідну від розрахованої напруги на ємності.

Опір вітки, що містить ключ S після комутації дорівнює нулю, тому схема розбивається на два незалежних контури: лівий і правий, в яких протікають незалежні перехідні процеси.

Розраховуємо струми віток і напругу на ємності методом накладення змушених і вільних складових

$$i = i_{cv} + i_{np}; i_C = i_{Ccc} + i_{Cnn}; u_C = u_{Ccc} + u_{Cnn}.$$

Змушені складові знаходимо в ланцюзі після закінчення перехідного процесу. Враховуємо, що ідеальний ємнісний елемент ланцюга постійний струм не пропускає

$$i_{np} = \frac{E}{R_0} = 2,0, A; i_{Cnn} = 0, A; u_{Cnn} = 0, B.$$

Загальний розв'язок для вільних складових перехідного процесу визначаємо по кореню характеристичного рівняння. Корінь знаходимо по вхідному опорі змінному струму. Так як характеристичне рівняння єдине для всього кола, то в даному розрахунку зручніше знайти вхідний опір щодо вітки з ємністю

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} + R.$$

Вводимо в останнє рівняння корінь характеристичного рівняння шляхом формальної заміни символу $j\omega$ на символ p і після прирівнювання рівняння до нуля, отримаємо

$$\frac{1}{pC} + R = 0.$$

Звідки значення кореня характеристичного рівняння

$$p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 1 \cdot 10^{-4}, c.$$

Стала часу перехідного процесу

$$\tau = \left| \frac{1}{p} \right| = \frac{1}{10000} = 10000,1 / c.$$

Кореню характеристичного рівняння відповідають вільний складові перехідних функцій струмів і напруги

$$i_{cv} = Ae^{pt}; i_{Ccv} = A_1 e^{pt}; u_{Ccv} = A_2 e^{pt},$$

де A, A_1, A_2 - постійні інтегрування.

Для знаходження постійних інтегрування знаходимо незалежні початкові умови. За другим законом комутації напруга на ємнісному елементі $u_C(0) = E = 20, B.$

Залежні початкові умови знаходимо по незалежним і законам Кірхгофа, складеним в момент комутації

$$\left. \begin{array}{l} E = i(0) \cdot R_0; \\ i_C(0) \cdot R + u_C(0) = 0. \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} i(0) = E / R_0 = 2; \\ i_C(0) = -u_C(0) / R = -2. \end{array} \right\}$$

Знайшовши залежні початкові умови знаходимо постійні інтегрування A, A_1, A_2 , розглядаючи початкові рівняння перехідних струмів в момент комутації при $t=0$

$$i(0) = i_{cв}(0) + i_{np}(0); i_C(0) = i_{Ccc}(0) + i_{Cmн}(0); u_C(0) = i_{Ccc}(0) + i_{Cmн}(0).$$

Підставляємо чисельні значення

$$2,0 = A + 2,0; A = 0;$$

$$-2,0 = A_2 + 0,0; A_2 = -2;$$

$$20 = A_1 + 0,0; A_1 = 20.$$

Знайдене рішення для струмів віток і напруги на ємності

$$i = 2,0;$$

$$i_C = -2,0e^{-10000 \cdot t};$$

$$u_C = 20e^{-10000 \cdot t}.$$

Відсутність вільної складової струму в вітці з джерелом енергії свідчить про стрибкоподібної зміні струму від вихідного нульового значення до двох ампер без генерування вільної складової перехідного процесу. Це пояснюється відсутністю накопичувачів енергії в контурі з джерелом енергії після комутації.

Струм ємності визначається через похідну від напруги на ємності

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = 10 \cdot 10^{-6} \frac{d(20e^{-10000 \cdot t})}{dt} = -2,0e^{-10000 \cdot t},$$

Що прямо підтверджує правильність рішення.

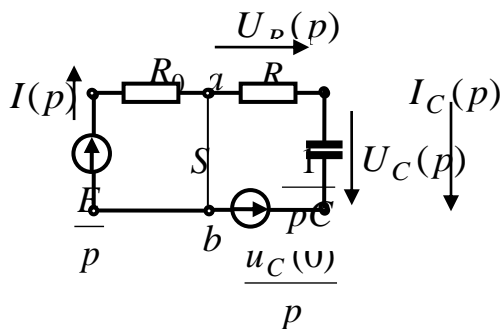


Рис.3.5

Розв'язок задачі операторним методом.

Ненульові початкові умови на накопичувачі енергії (ємнісний елемент) знаходяться за другим законом комутації $u_C(0) = E = 20, B$.

Операційна схема заміщення будується після комутації з урахуванням ненульових початкових умов, рис.3.5.

Зображення шуканих струмів віток

знаходимо за законом Ома в операторній формі, так як перехідні процеси в контурах є незалежними

$$I(p) = \frac{E(p)}{R_0} = \frac{E}{pR_0} = \frac{20}{10p} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)},$$

$$I_C(p) = -\frac{u_C(0)/p}{\frac{1}{pC} + R} = -\frac{u_C(0) \cdot C}{1 + pRC} = -\frac{20 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{1 + p \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = \frac{F_3(p)}{F_4(p)},$$

Знаходимо оригінали шуканих струмів в функції дійсної змінної, використовуючи теорему розкладання

$$F_1(p) = 20; F_2(p) = pR_0; F_2(p) = pR_0 = 0 \rightarrow p_0 = 0;$$

$$F_2'(p) = R_0 = 10;$$

$$F_3(p) = -200 \cdot 10^{-6}; F_4(p) = 1 + 100 \cdot 10^{-6} p; F_4'(p) = 100 \cdot 10^{-6};$$

$$F_4(p) = 1 + 100 \cdot 10^{-6} p = 0 \rightarrow p_1 = -10000.$$

$$i(t) = \sum_{n=0} \frac{F_1(p_n)}{F_2'(p_n)} e^{p_n t} = \frac{F_1(0)}{F_2'(0)} e^{0t} = \frac{20}{10} = 2,0A;$$

$$i_C(t) = \sum_{n=1} \frac{F_3(p_n)}{F_4'(p_n)} e^{p_n t} = \frac{F_3(-10000)}{F_4'(-10000)} e^{-10000t} =$$

$$= \frac{-200 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-6}} e^{-10000 \cdot t} = -2,0e^{-10000 \cdot t}, A.$$

Знайдемо зображення спаду напруга на ємності по закону Ома

$$U_C(p) = I_C(p) \cdot \frac{1}{pC} = -\frac{u_C(0) \cdot C}{1 + pRC} \cdot \frac{1}{pC} = -\frac{u_C(0)}{1 + pRC} \cdot \frac{1}{p} = \frac{F_5(p)}{F_6(p)};$$

Оригінал шуканої напруги на ємності в функції дійсної змінної знаходимо використовуючи теорему розкладання

$$F_5(p) = -u_C(0) = -20; F_6(p) = pF_4(p) = p(1 + RCp);$$

$$F_6(p) = p(1 + 0,0001p) = 0 \rightarrow p_0 = 0; p_1 = -10000;$$

$$F_6'(p) = 1 + 2RCp = 1 + 0,0002p.$$

$$i(t) = \sum_{n=0} \frac{F_5(p_n)}{F_6'(p_n)} e^{p_n t} = \frac{F_5(0)}{F_6'(0)} e^{0t} + \frac{F_5(-10000)}{F_6'(-10000)} e^{-10000t} =$$

$$= \frac{-20}{1} + \frac{-20}{1 + 0,0002 \cdot (-10000)} e^{-10000 \cdot t} = -20 + 20e^{-10000 \cdot t}, B.$$

Результат розрахунку спаду напруги операторним методом показує, що в кінцевому рівнянні враховується не тільки напруга на ємнісному елементі, а й ненульові початкові умови конденсатора.

3.4. Розрахунок перехідних процесів в розгалуженому резистивно-індуктивно-ємнісному колі

Задача. Розрахувати перехідні струми і напруги класичним і операторним методами в електричному колі, рис.3.6, що містить елементи $R_1 = 0,1 \text{ Ом}$; $R_2 = 0,1 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$, $R_4 = 10 \text{ Ом}$, $L = 1,0 \text{ мГ}$, $C = 30 \text{ мкФ}$, $E = 20 \text{ В}$.

Розв'язок задачі класичним методом. Щоб уникнути операцій інтегрування кінцевих результатів, знаходимо струми віток і напругу на конденсаторі. Спад напруги на індуктивному елементі знайдемо як похідну від струму в індуктивності. Представляємо перехідні функції як суму вимушених і

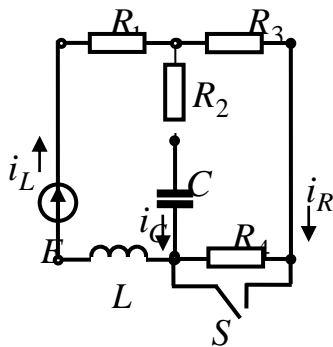


Рис. 3.6

вільних складових

$$i_L = i_{L\bar{n}\hat{a}} + i_{Li\delta};$$

$$i_C = i_{C\bar{n}\hat{a}} + i_{Ci\delta};$$

$$i_R = i_{R\bar{n}\hat{a}} + i_{Ri\delta};$$

$$u_C = i_{C\bar{n}\hat{a}} + i_{Ci\delta}.$$

Вимушені складові перехідних функцій знаходимо в колі після закінчення перехідного процесу, з огляду на нульовий опір ідеальної котушки індуктивності і нескінченний опір ємності постійному струму

$$i_{Lmn} = \frac{E}{R_1 + R_3} = \frac{20}{0,1 + 10} = 1,98, \text{ A};$$

$$i_{Cmn} = 0;$$

$$i_{Rmn} = i_{Lmn} = 1,98, \text{ A};$$

$$u_{Cmn} = i_{Rmn} \cdot R_3 = 1,98 \cdot 10 = 19,8, \text{ V}.$$

Для визначення вільних складових перехідного процесу складаємо характеристичне рівняння, використовуючи опір кола змінному струму. З кола видаляємо джерела енергії, залишаючи внутрішні опори, і розриваючи вітку з ємністю, маємо

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} + R_2 + \frac{(R_1 + j\omega L)R_3}{R_3 + R_1 + j\omega L}.$$

Вводимо в отримане рівняння корінь характеристичного рівняння шляхом формальної підстановки символу p замість символу $j\omega$ і прирівнюємо отримане рівняння до нуля, отримаємо

$$\frac{1}{pC} + R_2 + \frac{(R_1 + pL)R_3}{R_3 + R_1 + pL} = 0;$$

$$\frac{(R_3 + R_1 + pL) + R_2 pC(R_3 + R_1 + pL) + pC(R_1 + pL)R_3}{pC(R_3 + R_1 + pL)} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю

$$(R_3 + R_1 + pL) + R_2 pC(R_3 + R_1 + pL) + pC(R_1 + pL)R_3 = 0.$$

Впорядкуємо поліном, щодо кореня характеристичного рівняння p

$$p^2 CL(R_2 + R_3) + p(L + C(R_3 R_2 + R_1 R_2 + R_1 R_3)) + (R_3 + R_1) = 0.$$

$$p^2 3,03 \cdot 10^{-7} + p \cdot 1,06 \cdot 10^{-3} + 10,1 = 0.$$

Відділяємо коріні характеристичного рівняння

$$p_{1,2} = \frac{-1,06 \cdot 10^{-3} \pm \sqrt{(1,06 \cdot 10^{-3})^2 - 4 \cdot 3,03 \cdot 10^{-7} \cdot 10,1}}{2 \cdot 3,03 \cdot 10^{-7}} =$$

$$= -1749 \pm j5502 = \delta \pm j\omega.$$

Отримали комплексно-зв'язані коріння, що свідчить про коливальному перехідному процесі з декрементом загасання $\delta = -99,75$ частотою вільних коливань $\omega = 5502 \text{ рад/с}$. Стала часу перехідного процесу

$$\tau = \left| \delta^{-1} \right| = 1749^{-1} = 5,7 \cdot 10^{-4}, \text{ с}.$$

Знайденим коріння відповідають в загальному вигляді вільні складові перехідних функцій

$$i_{L\bar{n}\hat{a}} = B_1 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_1);$$

$$i_{C\bar{n}\hat{a}} = B_2 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_2);$$

$$i_{R\bar{n}\hat{a}} = B_3 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_3);$$

$$u_{C\bar{n}\hat{a}} = B_4 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_4),$$

де $B_1, B_2, B_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ - невідомі постійні інтегрування.

Незалежні початкові умови розраховуємо за законами комутації

$$i_L(0) = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20}{0,1 + 10 + 10} = 0,995, \text{ A};$$

$$u_C(0) = i_L(0)(R_3 + R_4) = 0,995 \cdot 20 = 19,9, \text{ V}.$$

Залежні початкові умови знаходимо по незалежним і законам Кирхгофа, складеним в момент комутації ($t=0$)

$$\left. \begin{aligned} i_L(0) &= 0,995 \text{ A}; \\ u_C(0) &= 19,9 \text{ V}; \\ i_L(0) &= i_C(0) + i_R(0); \\ i_C(0)R_2 + u_C(0) &= i_R(0)R_3; \\ E &= i_L(0)R_1 + i_R(0)R_3 + L \frac{di_L}{dt} \Big|_{t=0} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 0,995 &= i_C(0) + i_R(0); \\ 0,1 \cdot i_C(0) + 19,9 &= 10 \cdot i_R(0); \\ 20 &= 0,0995 + 10 \cdot i_R(0) + 1 \cdot 10^{-3} \frac{di_L}{dt} \Big|_{t=0} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} i_L(0) &= 0,995; \\ i_C(0) &= -0,985; \\ i_R(0) &= 1,98; \\ \frac{di_L}{dt} \Big|_{t=0} &= 100,5 \text{ A/s.} \end{aligned} \right\}$$

Знаходимо залежні початкові умови для струмів в ємності і резистори шляхом диференціювання вихідної системи рівнянь

$$\left. \begin{aligned} i_L(0) &= i_C(0) + i_R(0); \\ i_C(0)R_2 + u_C(0) &= i_R(0)R_3; \end{aligned} \right\}$$

за часом

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_L}{dt} \Big|_{t=0} &= \frac{di_C}{dt} \Big|_{t=0} + \frac{di_R}{dt} \Big|_{t=0}; \\ R_2 \frac{di_C}{dt} \Big|_{t=0} + \frac{i_C(0)}{C} &= R_3 \frac{di_R}{dt} \Big|_{t=0}; \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 0,5 &= \frac{di_C}{dt} \Big|_{t=0} + \frac{di_R}{dt} \Big|_{t=0}; \\ 0,1 \cdot \frac{di_C}{dt} \Big|_{t=0} + \frac{-0,985}{30 \cdot 10^{-6}} &= 10 \cdot \frac{di_R}{dt} \Big|_{t=0}; \end{aligned}$$

$$\frac{di_C}{dt} \Big|_{t=0} = 3251,32;$$

$$\frac{di_R}{dt} \Big|_{t=0} = -3250,82.$$

$$\text{де враховано } u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt \rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{i_C}{C} \rightarrow \frac{du_C}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{i_C(0)}{C}.$$

Знайшовши залежні початкові умови знаходимо постійні інтегрування $B_1, B_2, B_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$, розглядаючи початкові рівняння перехідних струмів і напруги

$$\left. \begin{aligned} i_L &= i_{Li\delta} + i_{L\bar{n}\hat{a}} = i_{Li\delta} + B_1 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_1); \\ i_C &= i_{Ci\delta} + i_{C\bar{n}\hat{a}} = i_{Ci\delta} + B_2 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_2); \\ i_R &= i_{Ri\delta} + i_{R\bar{n}\hat{a}} = i_{Ri\delta} + B_3 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_3); \\ u_C &= u_{Ci\delta} + u_{C\bar{n}\hat{a}} = u_{Ci\delta} + B_4 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_4), \end{aligned} \right\}$$

В останній системі рівнянь в кожному рівнянні по два невідомих B, β . Для того, що число рівнянь відповідало числу невідомих, від останніх рівнянь знаходимо похідні за часом

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= B_1 \delta \cdot e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_1) + B_1 e^{\delta t} \omega \cdot \cos(\omega t + \beta_1); \\ \frac{di_C}{dt} &= B_2 \delta \cdot e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_2) + B_2 e^{\delta t} \omega \cdot \cos(\omega t + \beta_2); \\ \frac{di_R}{dt} &= B_3 \delta \cdot e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_3) + B_3 e^{\delta t} \omega \cdot \cos(\omega t + \beta_3); \\ \frac{du_C}{dt} &= B_4 \delta \cdot e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_4) + B_4 e^{\delta t} \omega \cdot \cos(\omega t + \beta_4); \end{aligned} \right\}$$

і розглядаємо дві останні системи рівнянь в момент комутації ($t=0$)

$$\left. \begin{aligned} i_L(0) &= i_{Li\delta}(0) + i_{L\bar{n}\hat{a}}(0) = 1,98 + B_1 \sin(\beta_1); \\ i_C(0) &= i_{Ci\delta}(0) + i_{C\bar{n}\hat{a}}(0) = 0 + B_2 \sin(\beta_2); \\ i_R(0) &= i_{Ri\delta}(0) + i_{R\bar{n}\hat{a}}(0) = 1,98 + B_3 \sin(\beta_3); \\ u_C(0) &= u_{Ci\delta}(0) + u_{C\bar{n}\hat{a}}(0) = 19,8 + B_4 \sin(\beta_4), \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} &= B_1 \delta \cdot \sin(\beta_1) + B_1 \omega \cdot \cos(\beta_1); \\ \left. \frac{di_C}{dt} \right|_{t=0} &= B_2 \delta \cdot \sin(\beta_2) + B_2 \omega \cdot \cos(\omega \beta_2); \\ \left. \frac{di_R}{dt} \right|_{t=0} &= B_3 \delta \cdot \sin(\beta_3) + B_3 \omega \cdot \cos(\beta_3); \\ \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0} &= B_4 \delta \cdot \sin(\beta_4) + B_4 \omega \cdot \cos(\beta_4); \end{aligned} \right\}$$

Підставляємо числові значення в систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned}
0,995 &= i_{Li\delta}(0) + i_{L\bar{n}\hat{a}}(0) = 1,98 + B_1 \sin(\beta_1); \\
-0,985 &= i_{Ci\delta}(0) + i_{C\bar{n}\hat{a}}(0) = 0 + B_2 \sin(\beta_2); \\
1,90 &= i_{Ri\delta}(0) + i_{R\bar{n}\hat{a}}(0) = 1,98 + B_3 \sin(\beta_3); \\
19,9 &= u_{Ci\delta}(0) + u_{C\bar{n}\hat{a}}(0) = 19,8 + B_4 \sin(\beta_4), \\
100,5 &= B_1 \delta \cdot \sin(\beta_1) + B_1 \omega \cdot \cos(\beta_1); \\
3251,32 &= B_2 \delta \cdot \sin(\beta_2) + B_2 \omega \cdot \cos(\beta_2); \\
-3250,82 &= B_3 \delta \cdot \sin(\beta_3) + B_3 \omega \cdot \cos(\beta_3); \\
\frac{i_C(0)}{C} &= \frac{-0,985}{30 \cdot 10^{-6}} = -32833,33 = B_4 \delta \cdot \sin(\beta_4) + B_4 \omega \cdot \cos(\beta_4);
\end{aligned} \right\}$$

Як приклад знаходимо B_3, β_3 для струму i_R . Для цього з останньої системи рівнянь вибираємо два рівняння, що містять дві невідомі величини B_3, β_3

$$\left. \begin{aligned}
1,90 &= i_{Ri\delta}(0) + i_{R\bar{n}\hat{a}}(0) = 1,98 + B_3 \sin(\beta_3); \\
-3250,82 &= B_3 \delta \cdot \sin(\beta_3) + B_3 \omega \cdot \cos(\beta_3); \\
B_3 \sin(\beta_3) &= -0,08; \\
-3250,82 &= B_3 \delta \cdot \sin(\beta_3) + B_3 \omega \cdot \cos(\beta_3); \\
-3250,82 &= B_3 \delta \cdot (-0,08) + B_3 \omega \cdot \cos(\beta_3); \\
-3250,82 &= (-1749) \cdot (-0,08) + 5502 B_3 \cdot \cos(\beta_3); \\
B_3 \cdot \cos(\beta_3) &= -0,616; B_3 \sin(\beta_3) = -0,08; \\
\frac{B_3 \sin(\beta_3)}{B_3 \cdot \cos(\beta_3)} &= \operatorname{tg}(\beta_3) = \frac{-0,08}{-0,616} = 0,129; \beta_3 = \operatorname{arctg}(0,129) = 7,39^0; \\
B_3 &= \frac{-0,08}{\sin(\beta_3)} = \frac{-0,08}{\sin(7,39^0)} = -0,62, A;
\end{aligned} \right\}$$

Рішення для перехідного струму i_R має вигляд

$$\begin{aligned}
i_R &= i_{Ri\delta} + i_{R\bar{n}\hat{a}} = i_{Ri\delta} + B_3 e^{\delta \cdot t} \sin(\omega t + \beta_3) = \\
&= 1,98 - 0,62 e^{-1749 \cdot t} \sin(5502t + 7,39^0), A.
\end{aligned}$$

Решта постійні інтегрування B, β знаходяться аналогічно з тією ж системи рівнянь шляхом вибору пар рівнянь, що містять по дві невідомі величини B, β

$$\left. \begin{aligned}
i_L &= i_{Li\delta} + i_{L\bar{n}\hat{a}} = 1,98 + 0,985 e^{-99,75 \cdot t} \sin(5772,64t - 89,9^0), A; \\
i_C &= i_{Ci\delta} + i_{C\bar{n}\hat{a}} = 1,126 \cdot e^{-99,75 \cdot t} \sin(5772,64t - 60,9^0), A; \\
i_R &= i_{Ri\delta} + i_{R\bar{n}\hat{a}} = 1,98 - 0,56 e^{-99,74 \cdot t} \sin(5772,64t + 8,13^0); \\
u_C &= u_{Ci\delta} + u_{C\bar{n}\hat{a}} = 19,8 - 5,72 e^{\delta t} \sin(\omega t - 1^0), V.
\end{aligned} \right\}$$

Розв'язок задачі операторним методом. Ненульові початкові умови на накопичувачах енергії (ємнісний і індуктивний елементи) знаходяться за законами комутації

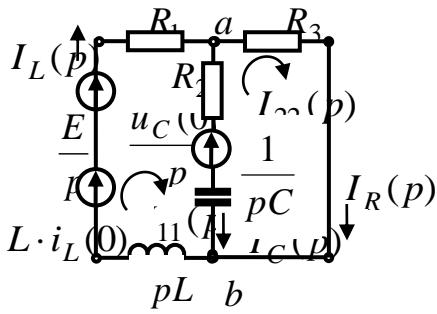


Рис. 3.7

$$i_L(0) = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20}{0,1 + 10 + 10} = 0,995, \text{ A};$$

$$u_C(0) = i_L(0)(R_3 + R_4) = 0,995 \cdot 20 = 19,9, \text{ V}.$$

Операторна схема заміщення будується після комутації з урахуванням ненульових початкових умов, рис.3.7.

Розрахунок струмів віток робимо в операторній формі методом контурних струмів

$$\left. \begin{aligned} Z_{11}(p)I_{11}(p) - Z_{12}I_{22}(p) &= E_{11}(p); \\ -Z_{21}(p)I_{22}(p) + Z_{22}(p)I_{22}(p) &= E_{22}(p), \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_2 + \frac{1}{pC} + pL)I_{11}(p) - (R_2 + \frac{1}{pC})I_{22}(p) &= Li_L(0) - \frac{u_C(0)}{p} + \frac{E}{p}; \\ -(R_2 + \frac{1}{pC})I_{22}(p) + (R_3 + R_2 + \frac{1}{pC})I_{22}(p) &= E_{22}(p), \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{(pL + R_1 + R_2)pC + 1}{pC}I_{11}(p) - \frac{pCR_2 + 1}{pC}I_{22}(p) &= \frac{Li_L(0)p - u_C(0) + E}{p}; \\ -\frac{pCR_2 + 1}{pC}I_{22}(p) + \frac{(R_3 + R_2)pC + 1}{pC}I_{22}(p) &= \frac{u_C(0)}{p}, \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{(pL + R_1 + R_2)pC + 1}{pC} & -\frac{pCR_2 + 1}{pC} \\ -\frac{pCR_2 + 1}{pC} & \frac{(R_3 + R_2)pC + 1}{pC} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{p^2LC(R_3 + R_2) + p(L + C(R_1 + R_2))(R_3 + R_2) - R_2^2 + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)}{pC}.$$

$$p^2CL(R_2 + R_3) + p(L + C(R_3R_2 + R_1R_2 + R_1R_3)) + (R_3 + R_1) = 0.$$

$$\Delta_1 = \left| \begin{array}{cc} \frac{Li_L(0)p - u_C(0) + E}{p} & - \frac{pCR_2 + 1}{pC} \\ \frac{u_C(0)}{p} & \frac{(R_3 + R_2)pC + 1}{pC} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{p^2(Li_L(0)(R_3 + R_2)C) + p(Li_L(0) + (E - u_C(0))(R_3 + R_2)C + u_C(0)CR_2) + E}{p^2C};$$

$$\Delta_2 = \left| \begin{array}{cc} \frac{(pL + R_1 + R_2)pC + 1}{pC} & \frac{Li_L(0)p - u_C(0) + E}{p} \\ - \frac{pCR_2 + 1}{pC} & \frac{u_C(0)}{p} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{p^2(CLu_C(0) + Li_L(0)CR_2) + p((R_1 + R_2)Cu_C(0) + Li_L(0) + CR_2(E - u_C(0))) + E}{p^2C};$$

$$I_{11}(p) = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\frac{p^2(Li_L(0)(R_3 + R_2)C) + p(Li_L(0) + (E - u_C(0))(R_3 + R_2)C + u_C(0)CR_2) + E}{p^2C}}{p^2LC(R_3 + R_2) + p(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)} =$$

$$= \frac{p^2(Li_L(0)(R_3 + R_2)C) + p(Li_L(0) + (E - u_C(0))(R_3 + R_2)C + u_C(0)CR_2) + E}{p \left(p^2LC(R_3 + R_2) + p(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2) \right)};$$

$$I_{22}(p) = \frac{\Delta_2}{\Delta} =$$

$$= \frac{p^2(CLu_C(0) + Li_L(0)CR_2) + p((R_1 + R_2)Cu_C(0) + Li_L(0) + CR_2(E - u_C(0))) + E}{p \left(p^2LC(R_3 + R_2) + p(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2) \right)};$$

Зображення струмів у вітах схеми

$$I_L(p) = I_{11}(p) =$$

$$= \frac{p^2(Li_L(0)(R_3 + R_2)C) + p(Li_L(0) + (E - u_C(0))(R_3 + R_2)C + u_C(0)CR_2) + E}{p \left(p^2LC(R_3 + R_2) + p(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2) \right)} =$$

$$= \frac{a_{12}p^2 + a_{11}p + a_{10}}{(b_{12}p^2 + b_{11}p + b_{10})p} = \frac{N_1(p)}{D_1(p)};$$

$$\begin{aligned}
I_R(p) &= I_{22}(p) = \\
&= \frac{p^2(CL u_C(0) + Li_L(0)CR_2) + p((R_1 + R_2)Cu_C(0) + Li_L(0) + CR_2(E - u_C(0))) + E}{p \left(p^2 LC(R_3 + R_2) + p(L + C(R_1 + R_2))(R_3 + R_2) - R_2^2 \right) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)} = \\
&= \frac{a_{22}p^2 + a_{21}p + a_{20}}{(b_{22}p^2 + b_{21}p + b_{20})p} = \frac{N_2(p)}{D_2(p)};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_C(p) &= I_{11}(p) - I_{22}(p) = \\
&= \frac{((E - u_C(0))(R_3)C - (R_1)Cu_C(0))}{p^2 LC(R_3 + R_2) + p(L + C(R_1 + R_2))(R_3 + R_2) - R_2^2 + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)} \\
&= \frac{a_{30}}{b_{32}p^2 + b_{31}p + b_{30}} = \frac{N_3(p)}{D_3(p)};
\end{aligned}$$

Знаходимо оригінал струму i_R , застосувавши до його зображення теорему розкладання

$$\begin{aligned}
i_R &= \frac{N_2(p_0)}{D_2'(p_0)} e^{p_0 t} + 2 \operatorname{Re} \frac{N_2(p_1)}{D_2'(p_1)} e^{p_1 t} = \frac{a_{20}}{b_{20}} + 2 \operatorname{Re} \frac{2a_{22}p_1 + a_{21}}{3b_{22}p_1^2 + 2b_{21}p_1 + b_{20}} = \frac{E}{R_1 + R_3} + \\
&+ 2 \operatorname{Re} \frac{p_1^2(CL u_C(0) + Li_L(0)CR_2) + p_1((R_1 + R_2)Cu_C(0) + Li_L(0) + CR_2(E - u_C(0))) + E}{3p_1^2 LC(R_3 + R_2) + p_1(L + C(R_1 + R_2))(R_3 + R_2) - R_2^2 + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)}.
\end{aligned}$$

Знаходимо корені полінома

$$\begin{aligned}
D_2(p) &= p^2 LC(R_3 + R_2) + p(L + C(R_1 + R_2))(R_3 + R_2) - R_2^2 + \\
&+ ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2) \\
p_0 &= 0; p_{1,2} = -1749 \pm j5502.
\end{aligned}$$

Після підстановки значень коренів і виділення дійсної частини отримаємо

$$i_R = 1,98 - 0,62e^{-1749 \cdot t} \sin(5502t + 7,39^0), A.$$

Розв'язок задачі методом змінних станів. Як компонент вектору змінних станів вибираємо струм в індуктивності і напруга на ємності. Щодо обраних змінних стану за другим законом Кірхгофа складаємо рівняння відносно незалежних контурів

$$\left. \begin{aligned}
E &= i_L R_1 + CR_2 \frac{du_C}{dt} + u_C + L \frac{di_L}{dt}; \\
CR_2 \frac{du_C}{dt} + u_C &= \left(i_L - C \frac{du_C}{dt} \right) R_3;
\end{aligned} \right\}$$

Із системи рівнянь виділяємо в явному вигляді рівняння в нормальній формі Коші

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_C}{dt} &= \frac{i_L R_3 - u_L}{C(R_2 + R_3)}; \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{E}{L} - \frac{u_L}{L} - \frac{R_1}{L} i_L - \frac{(i_L R_3 - u_C) R_2}{L(R_2 + R_3)}; \end{aligned} \right\}$$

Від диференціалів переходимо до приростам

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta u_C}{\Delta t} &= \frac{i_L R_3 - u_L}{C(R_2 + R_3)}; \\ \frac{\Delta i_L}{\Delta t} &= \frac{E}{L} - \frac{u_L}{L} - \frac{R_1}{L} i_L - \frac{(i_L R_3 - u_C) R_2}{L(R_2 + R_3)}; \end{aligned} \right\}$$

Методом Ейлера першого порядку інтегруємо отриману систему рівнянь (κ – поточний інтервал інтегрування; $\kappa-1$ – попередній крок інтегрування)

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_{C\kappa} = u_{C\kappa} - u_{C\kappa-1} &= \left(\frac{i_{L\kappa-1} R_3 - u_{L\kappa-1}}{C(R_2 + R_3)} \right) \Delta t; \\ \Delta i_L = i_{L\kappa} - i_{L\kappa-1} &= \left(\frac{E}{L} - \frac{u_{L\kappa-1}}{L} - \frac{R_1}{L} i_{L\kappa-1} - \frac{(i_{L\kappa-1} R_3 - u_{C\kappa-1}) R_2}{L(R_2 + R_3)} \right) \Delta t; \end{aligned} \right\}$$

Більш точний метод інтегрування - метод Рунге-Кутта, реалізований в середовищі MathCAD. Роздруківка алгоритму розрахунку перехідного процесу методом змінних станів в середовищі MathCAD, наведена на рис. 3.8.

Розрахунок перехідного процесу методом змінних станів в лінійній ланцюга з двома накопичувачами енергії

Завдання початкових величин параметрів кола (рис. 15)

$$E := 20 \quad L := 10^{-3} \quad C := 3 \times 10^{-5} \quad R1 := 0.1 \quad R3 := 10 \\ R4 := 10 \quad R2 := 0.1 \quad TP := 3 \cdot 10^{-3} \quad DT := \frac{TP}{4000} \quad DT = 7.5 \times 10^{-7}$$

де TP – час рахунку, дорівнює п'яти постійним часу перехідного процесу.

Визначення незалежних початкових умов за законами комутації

$$IO := \frac{E}{(R1 + R3 + R4)} \quad IO = 0.995 \quad UCO := IO \cdot (R3 + R4) \quad UCO = 19.9$$

Присвоєння початкових умов вектору стану

$$x := \begin{pmatrix} UCO \\ IO \end{pmatrix}$$

Матриця похідних змінних стану на накопичувачах енергії

$$D(t, x) := \begin{bmatrix} \frac{x_1 \cdot R3 - x_0}{C \cdot (R2 + R3)} \\ E \cdot \frac{1}{L} - \frac{1}{L} \cdot x_0 - \frac{R1}{L} \cdot x_1 - \frac{(x_1 \cdot R3 - x_0) \cdot R2}{L \cdot (R2 + R3)} \end{bmatrix}$$

Чисельне інтегрування похідних змінних стану методом Рунге-Кутта з постійним кроком інтегрування DT

$$z := \text{rkfixed}(x, 0, TP, \frac{TP}{DT}, D)$$

$$n := 0..4000$$

Напруга на ємності і ток індуктивності в функції часу

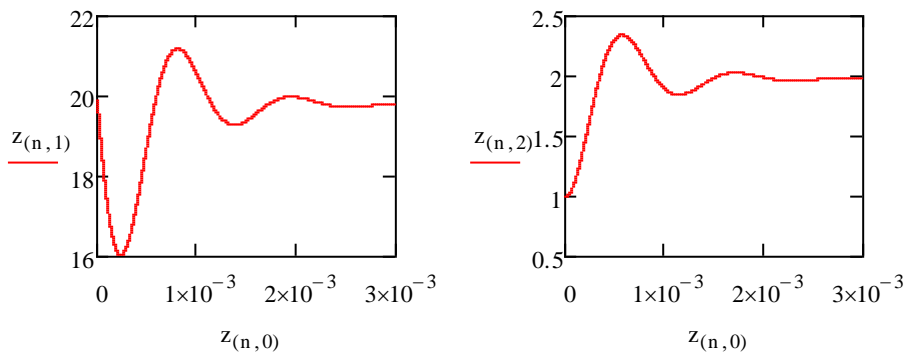


Рис. 3.8.

3.5. Розрахунок перехідного процесу при дії в колі джерела енергії з довільною формою вихідного сигналу

При довільній формі вихідного сигналу джерела енергії розрахунок проводиться на основі кусково-лінійної апроксимації вхідного сигналу і знаходження реакції кола з використанням інтеграла Дюамеля.

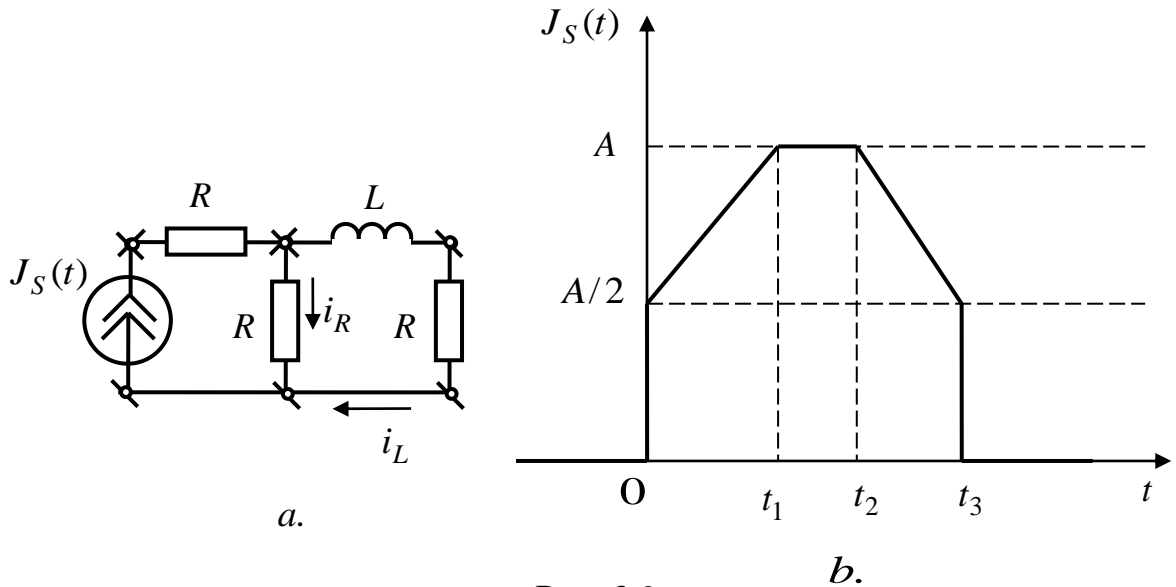


Рис. 3.9

Задача. Задана електрична схема, рис. 3.9.а, на вході якої діє джерело струму, вихідний сигнал $J_S(t)$ якого змінюється по заданому закону рис. 3.9.б. Потрібно визначити закон зміни струму і напруги в вітках схеми.

Розв'язок задачі. Для того щоб скористатися інтегралом Дюамеля необхідно описати вхідний струм схеми. Вихідний сигнал джерела струму, згідно з графіком рис. 3.9.б

$$\left. \begin{aligned} J_{S1}(t) &= 0, \text{ і } \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} \text{ } _t < 0; \\ J_{S2}(t) &= \frac{A}{2} \left(1 + \frac{t}{t_1}\right), \text{ і } \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} \text{ } _{0 \leq t < t_1}; \\ J_{S3}(t) &= A, \text{ і } \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} \text{ } _{t_1 \leq t < t_2}; \\ J_{S4}(t) &= A + \left(\frac{A}{2} - A\right) \frac{t - t_2}{t_3 - t_2}, \text{ і } \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} \text{ } _{t_2 \leq t < t_3}; \\ J_{S5}(t) &= 0, \text{ і } \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} \text{ } _{t \geq t_3}. \end{aligned} \right\}$$

Знаходимо перехідні функції класичним методом

$$i_R(t) = J_S(t) - i_L(t) = J_S(t) - \frac{J_S(t)}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t}\right) = \frac{J_S(t)}{2} \left(1 + e^{-\frac{L}{2R}t}\right).$$

Нормовані перехідні функції знаходимо від дії джерела струму з одиничним вихідним струмом ($J_S(t)=1, A$)

$$i_L(t) = \frac{J_S(t)}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right); u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = \frac{L}{4R} e^{-\frac{L}{2R}t};$$

$$h_1(t) = \frac{i_L(t)}{J_S(t)} = \frac{1}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right); h_2(t) = \frac{u_L(t)}{J_S(t)} = \frac{L}{4R} e^{-\frac{L}{2R}t}; h_3(t) = \frac{i_R(t)}{J_S(t)} = \frac{1}{2} \left(1 + e^{-\frac{L}{2R}t} \right).$$

Зауважимо, що нормовані перехідні функції $h_1(t), h_3(t)$ безрозмірні, функція $h_2(t)$ має розмірність опору, тому вона називається перехідним опором, який змінюється в функції часу в даному випадку за експоненціальним законом.

Знаходимо струми і напруги електричного кола на ділянках кусково-лінійної апроксимації вхідного струму з використанням інтеграла Дюамеля

$$y(t) = h(t) \cdot J_S(0) + \int_0^t h(t-x) J'_S(x) dx,$$

де $y(t)$ – шукана реакція вітки кола; x – параметр інтегрування; $h(t-x)$ – нормована зсунута перехідна функція; $J'_S(x)$ – похідна від вхідного сигналу по параметру інтегрування x .

Для досліджуваного кола рис. 4.2, маємо в проміжку часу $0 \leq t < t_1$ струм джерела струму при $t=0$ стрибком зростає від нульового значення до значення $A/2$, а потім лінійно зростає до значення A по заданому закону $J_{S2}(t)$

$$0 \leq t < t_1; J_S(t) = \frac{A}{2} \left(1 + \frac{t}{t_1} \right);$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= h_1(t) \cdot J_{S2}(0) + \int_0^t h_1(t-x) J'_{S2}(x) dx = \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right) + \\ &+ \int_0^t \frac{1}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}(t-x)} \right) \frac{A}{2t_1} dx = \frac{A}{4} \cdot \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right) + \frac{A}{4t_1} t + \frac{1}{2} e^{-\frac{L}{2R}t} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} (e^{\frac{L}{2R}t} - 1) = \\ &= \frac{A}{4} \cdot \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right) + \frac{A}{4t_1} t + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} (1 - e^{-\frac{L}{2R}t}); \end{aligned}$$

На другому етапі апроксимації $t_1 \leq t < t_2$ вхідний струм заданий функцією $J_{S3}(t)$ і триває реакція кола на вплив $J_{S2}(t)$

$$t_1 \leq t < t_2;$$

$$i_L(t) = h_1(t_1) \cdot J_{S2}(0) + \int_0^{t_1} h_1(t-x) J'_{S2}(x) dx + h_1(t-t_1) \cdot (J_{S3}(t_1) - J_{S2}(t_1)) +$$

$$+ \int_{t_1}^{t_2} h_1(t-x) J'_{S3}(x) dx = \frac{A}{4} \cdot \left(1 - e^{-\frac{L}{2R} t_1} \right) + \frac{A}{4} + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R} t_1} \right).$$

Так як відсутній стрибок впливу в момент часу $t = t_1$ і не змінюється вхідний вплив на ділянці $t_1 \leq t < t_2$, то реакція кола визначається впливом, який був на попередньому інтервалі апроксимації.

На третій ділянці апроксимації вхідний сигнал починає зменшуватися від значення A до значення $A/2$ по закону $J_{S3}(t)$

$$t_2 \leq t < t_3;$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= h_1(t_1) \cdot J_{S2}(0) + \int_0^{t_1} h_1(t-x) J'_{S2}(x) dx + \\ &+ h_1(t-t_1) \cdot (J_{S3}(t_1) - J_{S2}(t_1)) + \int_{t_1}^{t_2} h_1(t-x) J'_{S3}(x) dx + \\ &+ h_1(t-t_2) \cdot (J_{S4}(t_2) - J_{S3}(t_2)) + \int_{t_2}^t h_1(t-x) J'_{S4}(x) dx = \\ &= \frac{A}{4} \cdot \left(1 - e^{-\frac{L}{2R} t_1} \right) + \frac{A}{4} + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R} t_1} \right) + \left(-\frac{A}{4} \frac{1}{t_3 - t_2} \right) (t - t_2) + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} e^{-\frac{L}{2R} t - t_2}. \end{aligned}$$

На четвертій ділянці апроксимації продовжують діяти перехідні функції струму і напруги від впливів на попередніх ділянках, додається негативний стрибок струму в момент $t = t_3$

$$t_3 \leq t;$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= h_1(t_1) \cdot J_{S2}(0) + \int_0^{t_1} h_1(t-x) J'_{S2}(x) dx + \\ &+ h_1(t-t_1) \cdot (J_{S3}(t_1) - J_{S2}(t_1)) + \int_{t_1}^{t_2} h_1(t-x) J'_{S3}(x) dx + \\ &+ h_1(t-t_2) \cdot (J_{S4}(t_2) - J_{S3}(t_2)) + \int_{t_2}^{t_3} h_1(t-x) J'_{S4}(x) dx + \\ &+ h_1(t-t_3) \cdot (J_{S5}(t_3) - J_{S4}(t_2)) + \int_{t_3}^t h_1(t-x) J'_{S5}(x) dx = \\ &= \frac{A}{4} \cdot \left(1 - e^{-\frac{L}{2R} t_1} \right) + \frac{A}{4} + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R} t_1} \right) + \left(-\frac{A}{4} \frac{1}{t_3 - t_2} \right) (t_3 - t_2) + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} e^{-\frac{L}{2R} t_3 - t_2} - \\ &- \frac{A^2}{8} \cdot \left(1 - e^{-\frac{L}{2R} (t-t_3)} \right). \end{aligned}$$

Решта реакції віток прораховуються аналогічно за наведеним алгоритмом.

3.6. Розрахунково-графічне завдання "Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах"

Завдання складається з трьох задач. Перша задача передбачає розрахунок перехідної функції класичним методом в колі з двома накопичувачами енергії, друга задача - розрахунок цієї ж перехідної функції оперним методом і третя - розрахунок перехідної функції в колі з одним накопичувачем енергії. **Задачі 1, 2.** В електричному колі рис.3.10-3.29 відбувається комутація. У колі діє постійна ЕРС E . Параметри кола задані в таблиці 3.1. Потрібно визначити в часі закон зміни перехідної функції після комутації в одній з віток схеми. Задачу розв'язати двома методами: класичним і операторним. На підставі отриманого аналітичного виразу для перехідної функції побудувати графік зміни знайденої величини на інтервалі починаючи від моменту комутації і до значення часу, яке визначається п'ятьма максимальними постійними часу, коли вільні складові зменшаться до 99% від початкового значення.

Вказівки.

1. Рівняння для операторних зображень схеми рис.3.11 рекомендується складати за методом вузлових потенціалів з урахуванням наявних у схемі джерел енергії та ненульових початкових умов.

2. У схемі рис.3.20, з метою спрощення складання характеристичного рівняння і рівнянь для операторних зображень лівий контур схеми E, R_1, R_2, R_3 рекомендується при розрахунках замінити еквівалентним джерелом енергії з внутрішнім ідеальним джерелом енергії і внутрішнім опором.

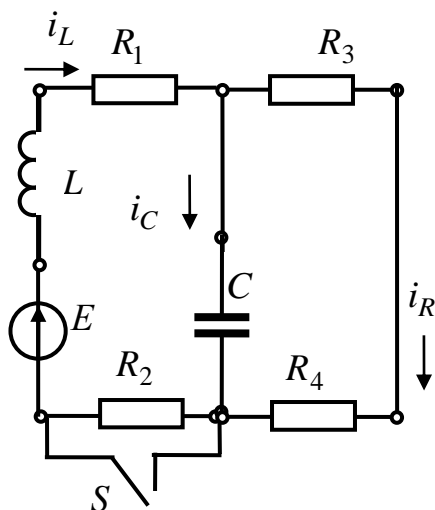


Рис.3.10

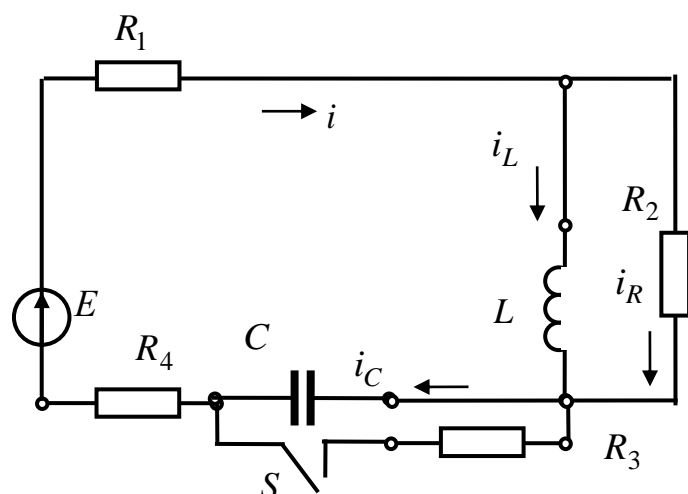


Рис.3.11

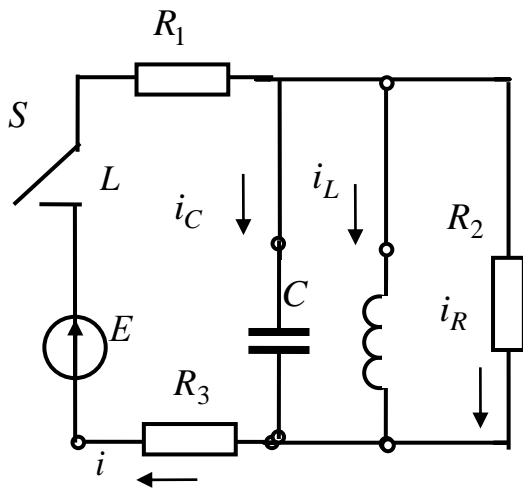


Рис.3.12

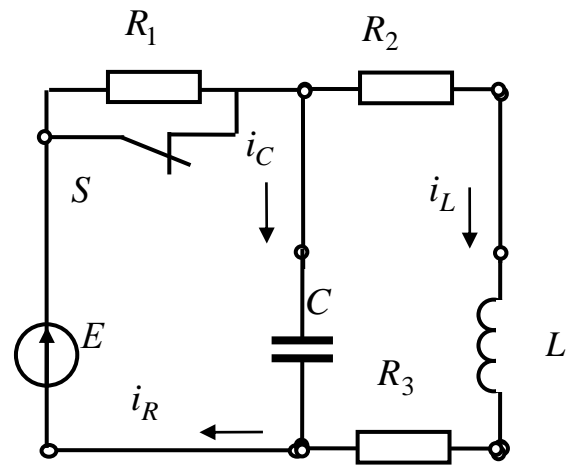


Рис.3.13

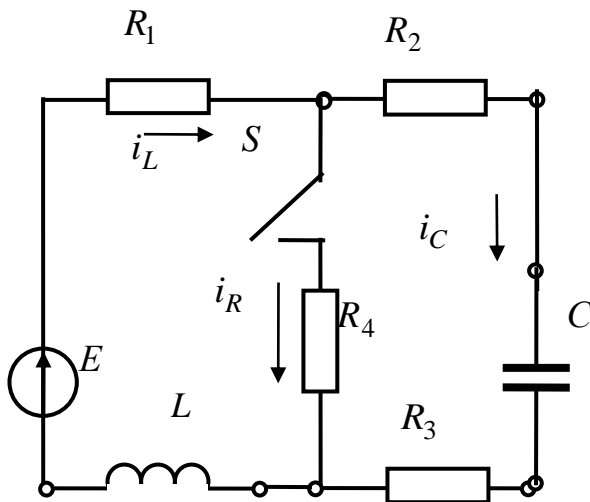


Рис.3.14

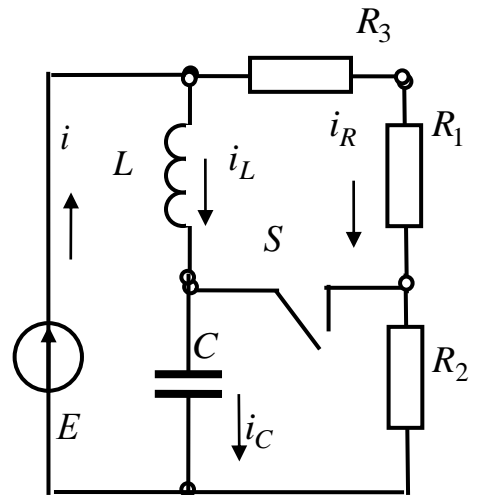


Рис. 3.15

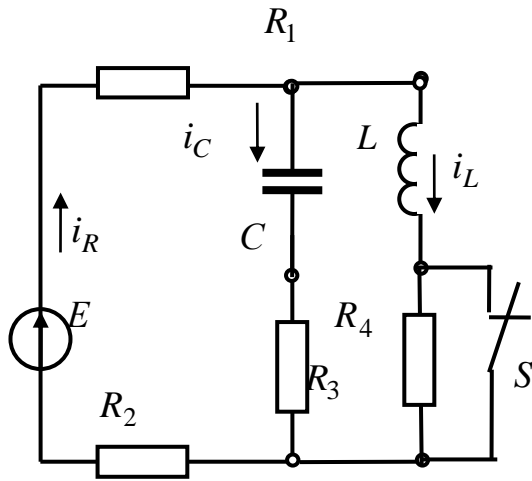


Рис. 3.16

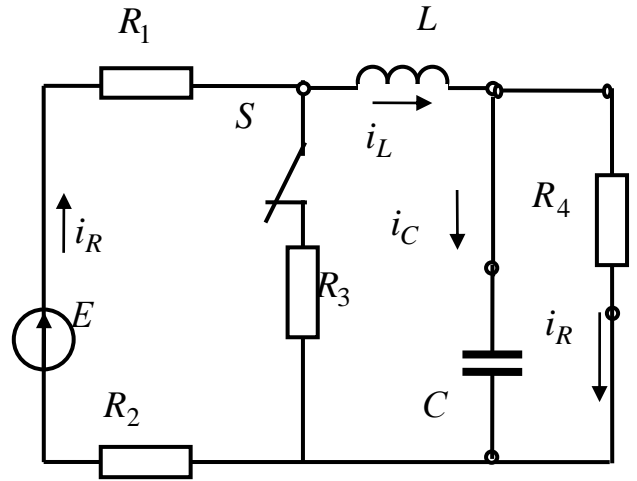


Рис. 3.17

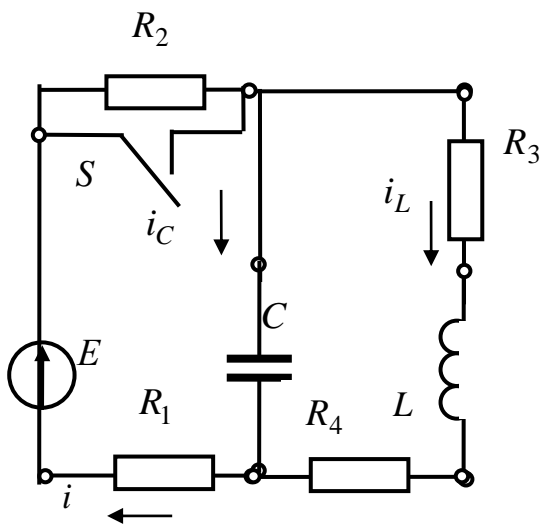


Рис.3.18

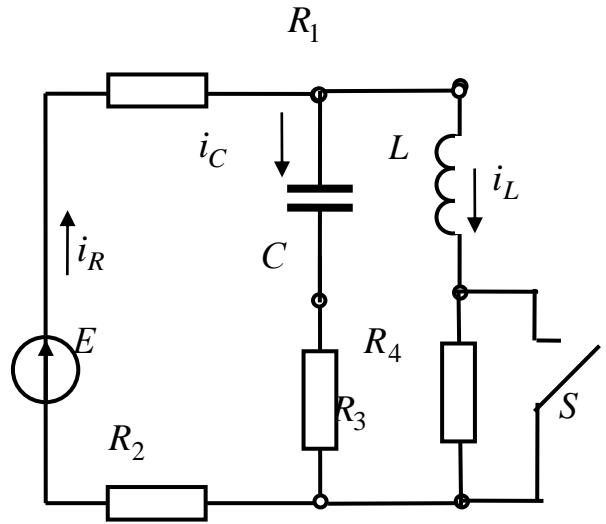


Рис.3.19

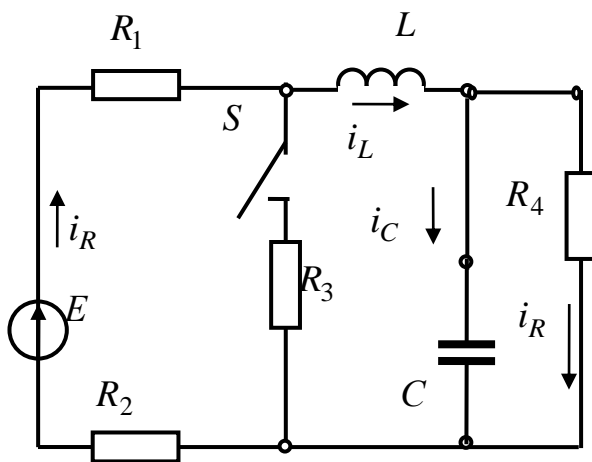


Рис. 3.20

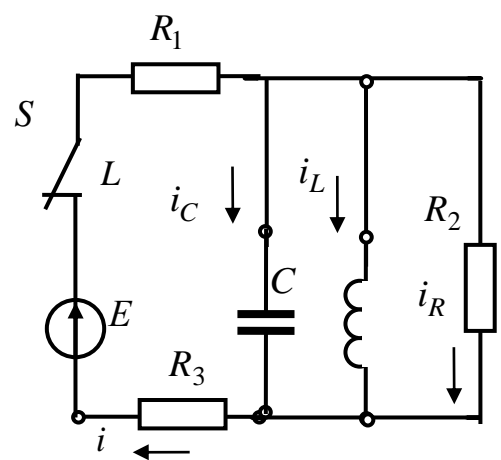


Рис.3.21

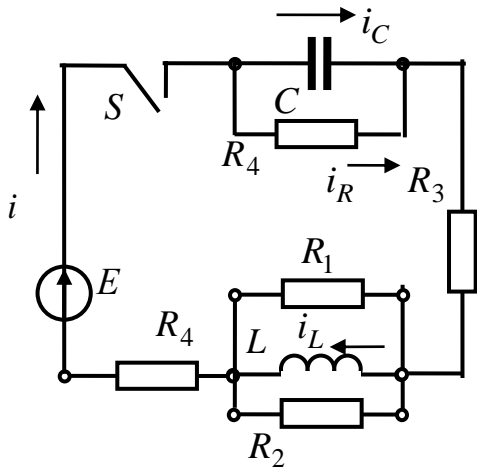


Рис. 3.22

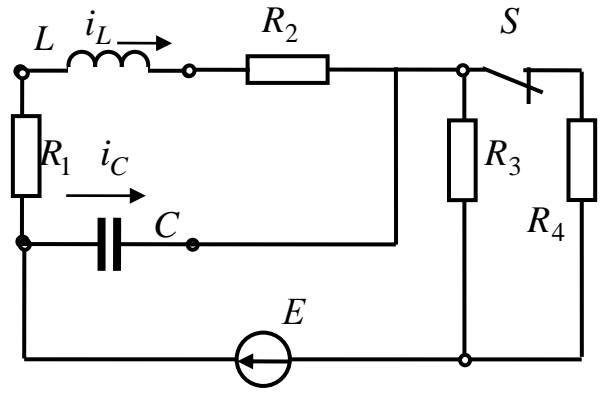


Рис. 3.23

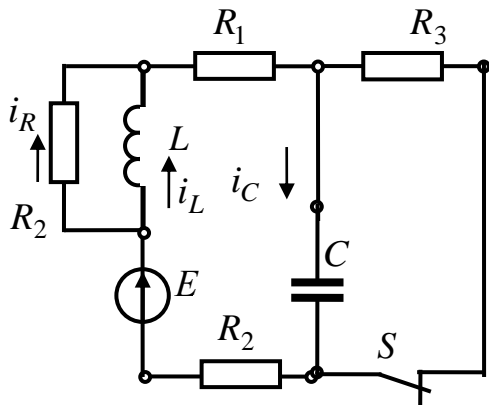


Рис. 3.24

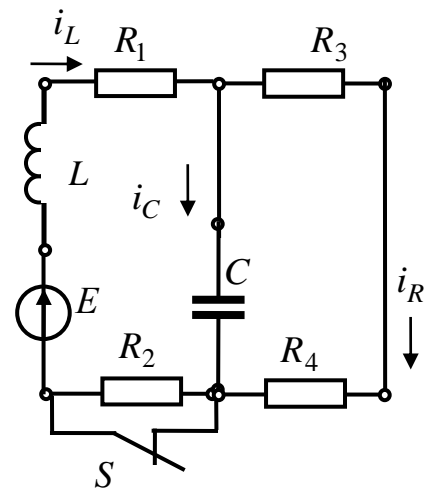


Рис. 3.25

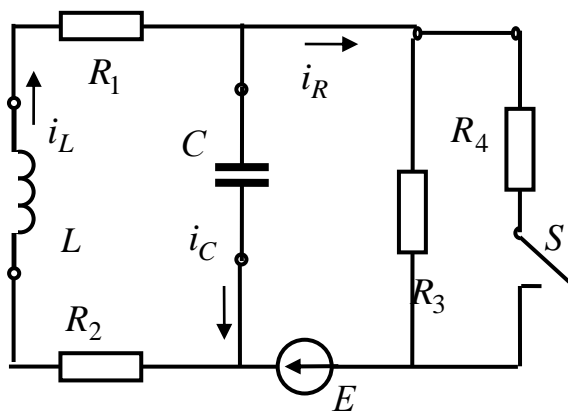


Рис. 3.26

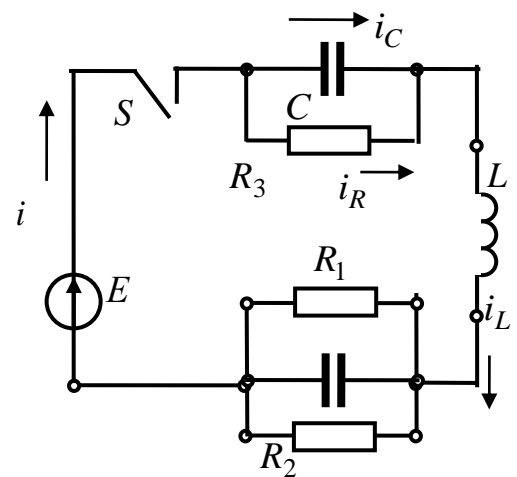


Рис. 3.27

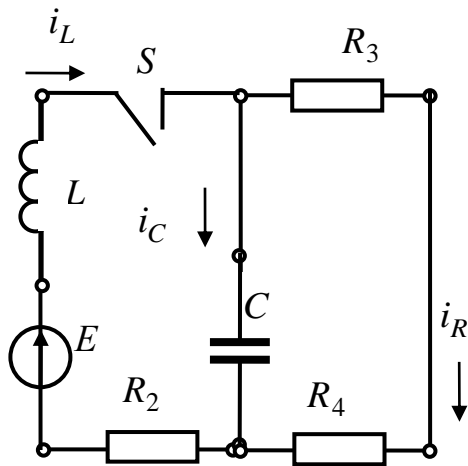


Рис. 3.28

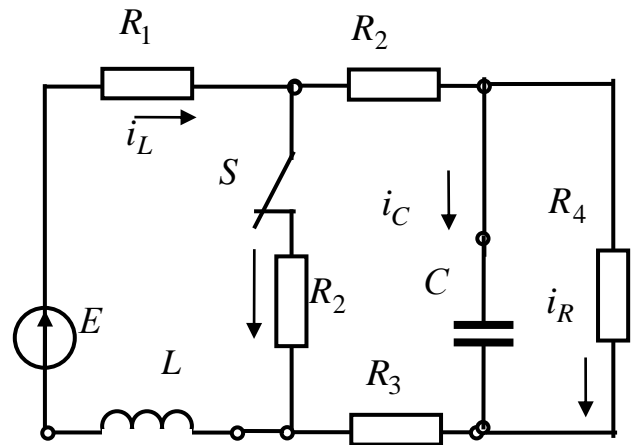


Рис. 3.29

Задача 3. Дана електрична схема, рис.3.30-3.35, на вході якої діє напруга, що змінюється в часі за заданим законом. Потрібно визначити закон зміни струму в одній з віток схеми або напруги на заданій ділянці схеми. У таблиці 3.2 відповідно до номеру варіанту вказано номер рисунка, на якому наведено графік зміни в часі вхідної напруги, рис.3.36-3.45. Параметри кола R, L, C задані в загальному вигляді.

Задачу потрібно розв'язати за допомогою інтеграла Дюамеля. Шукану величину слід визначити (записати її аналітичний вираз) для всіх інтервалів часу. Залежно від умов задачі повна відповідь буде містити два або три доданків, кожний з яких справедливий лише в певних межах зміни часу t .

У кожній відповіді слід виконати приведення подібних членів щодо коефіцієнтів $e^{b_1 t}, e^{b_2 t}, t$ і виділити постійну складову.

Примітка. На рис.3.40, 3.41, 3.45 вхідна напруга дана з двома індексами. Перший індекс (індекс 1) вказує на вхідну напругу, другий індекс (1 або 2) - на інтервал часу до якого належить вхідна напруга. Так, наприклад, u_{11} - вхідна напруга для першого інтервалу часу, u_{12} - вхідна напруга для другого інтервалу часу

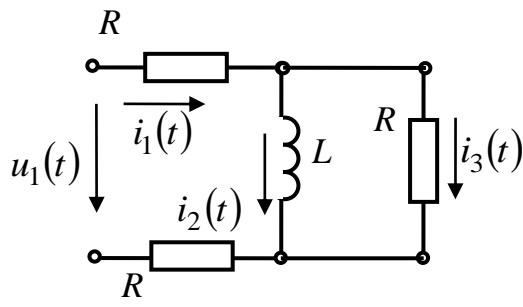


Рис. 3.30

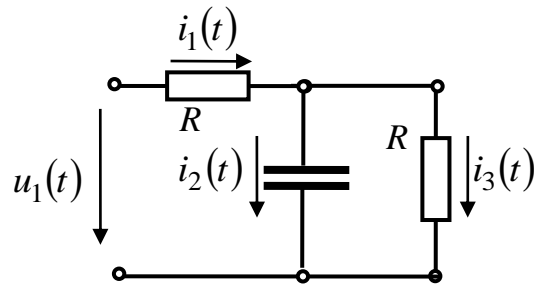


Рис. 3.31

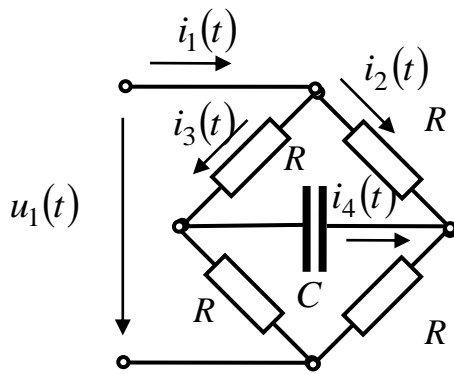


Рис. 3.32

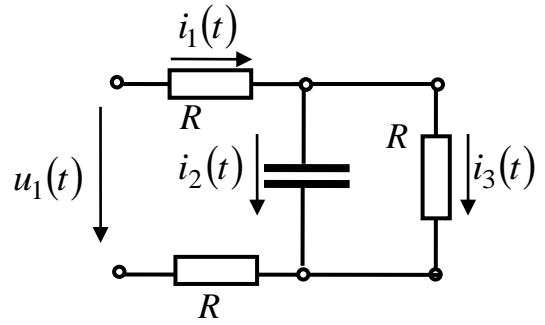


Рис. 3.33

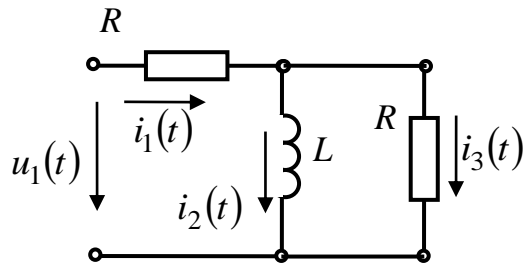


Рис. 3.34

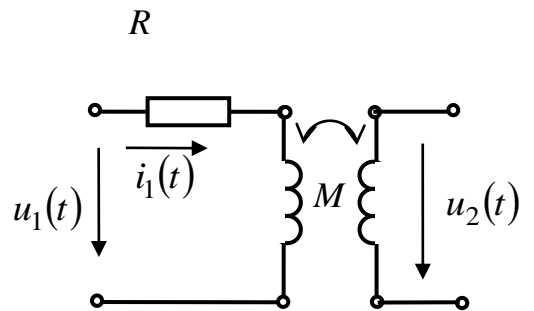


Рис. 3.35

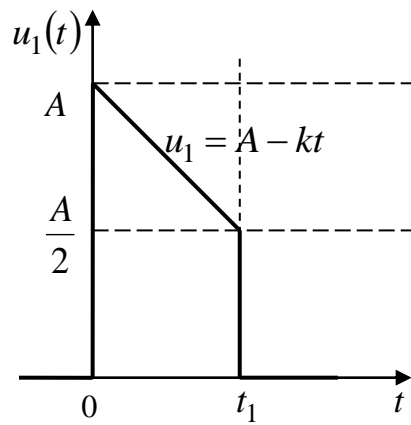


Рис. 3.36

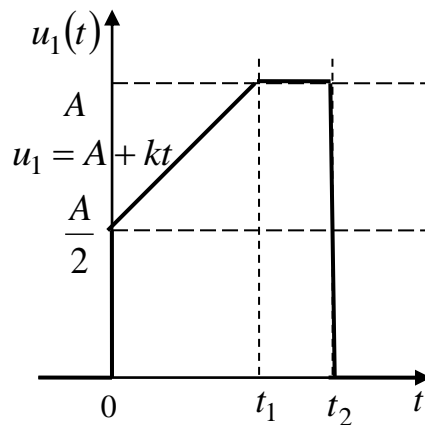


Рис. 3.37

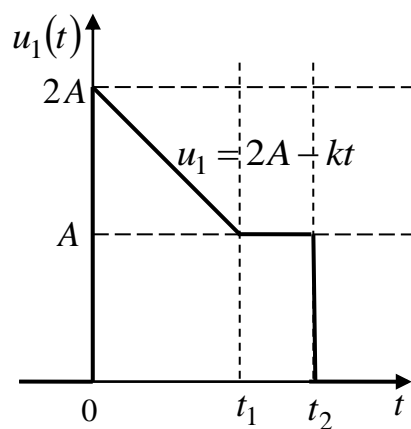


Рис. 3.38

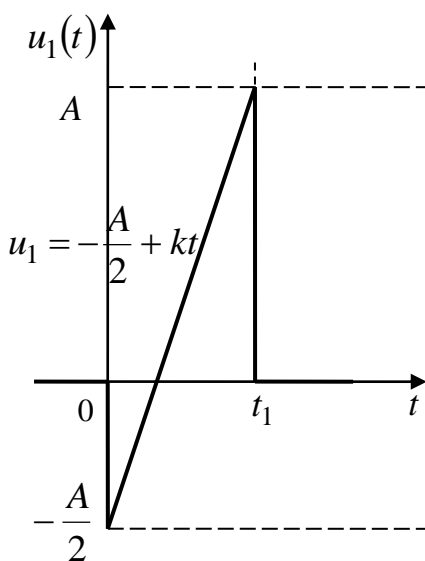


Рис. 3.39

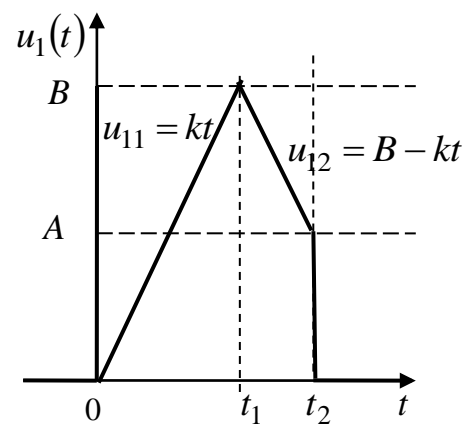


Рис. 3.40

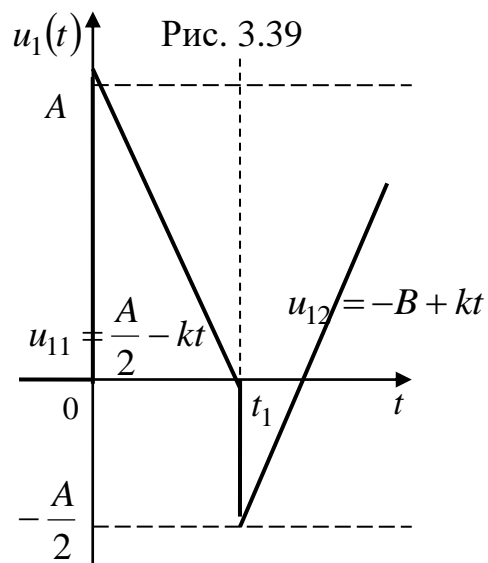


Рис. 3.31

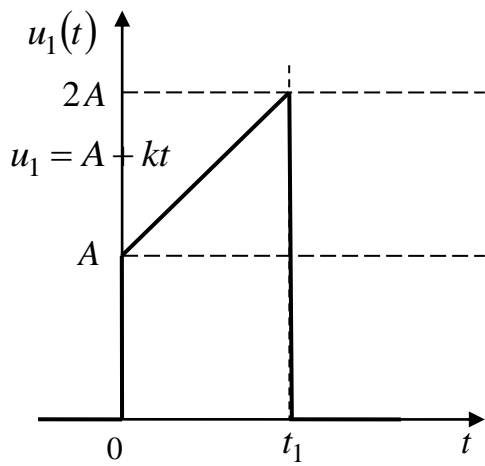


Рис. 3.42

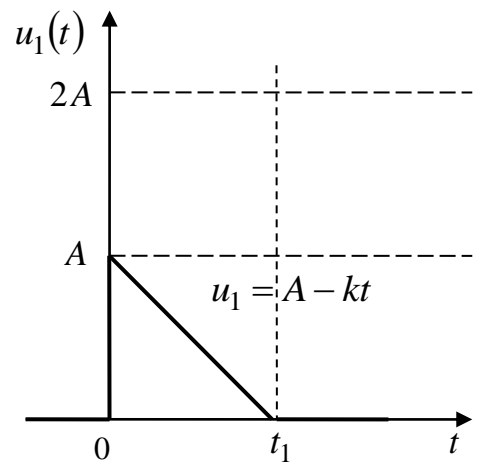


Рис. 3.43

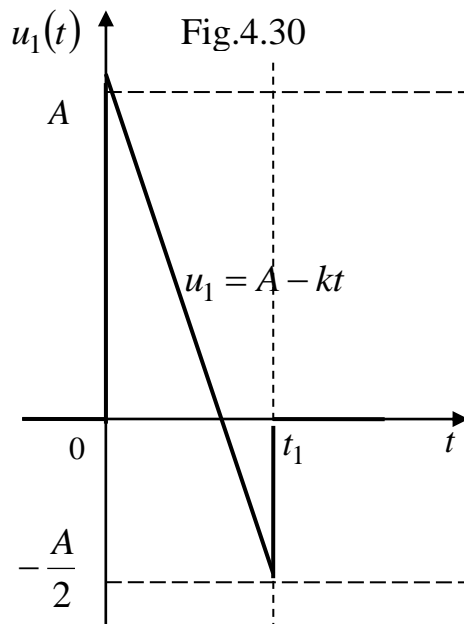


Рис. 3.44

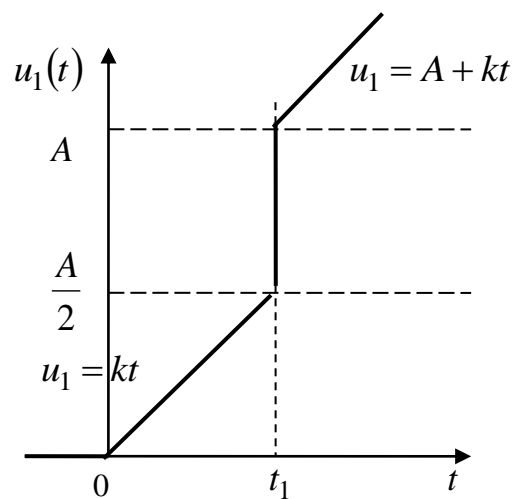


Рис. 3.45

Таблиця 3.1

Варіант	Рисунок	E, В	L, мГн	C, мкФ	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом	Визначити
01	3.14	100	1	10	20	15	5	2	i
02	3.11	150	2	5	8	10	5	2	i_L
03	3.28	100	1	10	2	2	0	0	i
04	3.19	120	1	10	3	0	1	1	i_C
05	3.12	100	5	50	2	8	6	0	i
06	3.10	50	1	1500	2	13	1	4	i_R
07	3.20	120	10	10	10	90	1000	1000	i_L

08	3.27	200	1	20	4	4	2	0	i_R
09	3.13	100	1	10	50	25	25	0	u_C
10	3.26	300	5	4	10	20	10	20	u_C

Продовження таблиці 3.1

Варіант	Рисунок	E, В	L, мГн	C, мкФ	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом	Визначити
11	3.29	100	1	10	20	4	16	2	u_{R2}
12	3.24	150	4	5	6	10	5	4	u_C
13	3.15	30	1	265	10	10	10	0	u_C
14	3.16	200	10	10	100	0	50	100	i_L
15	3.21	100	1	10	10	10	4	0	i
16	3.25	50	2	1670	1	2	1	5	i
17	3.17	120	10	10	10	90	1000	1000	i_L
18	3.22	120	1	10	8	8	8	4	i_C
19	3.18	200	1	10	10	20	50	20	i_L
20	3.23	50	1	100	2	8	10	10	i_L
21	3.14	100	1	10	20	20	0	2	u_L
22	3.11	150	2	5	5	10	5	5	i_C
23	3.28	100	1	10	1	3	0	0	i_R
24	3.19	120	1	10	1	2	1	1	i_L
25	3.12	100	5	50	3	8	5	0	u_C
26	3.10	50	1	1500	2	13	2	3	i_L
27	3.20	120	10	10	20	80	1000	1000	i_C
28	3.27	200	1	20	6	3	2	0	i_L
29	3.13	100	1	10	50	20	30	0	u_L
30	3.26	300	5	4	15	20	5	20	i_C
31	3.29	100	1	10	20	17	3	2	i_L
32	3.24	150	4	5	9	10	5	1	u_L
33	3.15	30	1	2,5	5	10	15	0	i_L
34	3.16	200	10	10	50	50	50	100	u_{R3}
35	3.21	100	1	10	5	15	4	0	u_L
36	3.25	50	2	1670	1	2	3	3	u_{R2}
37	3.17	120	10	10	20	80	1000	1000	i_C
38	3.22	120	1	10	12	6	8	4	i_L
39	3.18	200	1	10	10	10	50	30	i_C

41	3.14	100	1	10	20	2	18	2	u_C
42	3.11	150	2	5	4	10	5	6	i_R
43	3.28	100	1	10	1,5	2,5	0	0	i_C

Продовження таблиці 3.1

Варіант	Рисунок	E, В	L, мГн	C, мкФ	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом	Визначити
44	3.19	120	1	10	2	1	1	1	u_{R2}
45	3.12	100	5	50	6	8	2	0	i_L
46	3.10	50	1	1500	2	13	3	2	u_L
47	3.20	120	10	10	30	70	1000	1000	i_R
48	3.27	200	1	20	12	2,4	2	0	i_C
49	3.13	100	1	10	50	10	40	0	i_L
50	3.26	300	5	4	3	20	17	20	i_L
51	3.29	100	1	10	20	8	12	2	u_L
52	3.24	150	4	5	0	10	5	10	i
53	3.15	30	1	2,5	15	10	5	0	i
54	3.16	200	10	10	25	75	50	100	u_C
55	3.21	100	1	10	15	5	4	0	i_C
56	3.25	50	2	1670	1	2	3	3	u_L
57	3.17	120	10	10	30	70	1000	1000	i_R
58	3.22	120	1	10	24	4,8	8	4	i_R
59	3.18	200	1	10	10	25	50	15	i
60	3.23	50	1	100	4	6	10	10	i_R
61	3.14	100	1	10	20	10	10	2	u_C
62	3.11	150	2	5	7	10	5	3	u_L
63	3.28	100	1	10	3	1	0	0	u_L
64	3.19	120	1	10	1,5	1,5	1	1	u_L
65	3.12	100	5	50	3	8	5	0	u_C
66	3.10	50	1	1500	2	13	4	1	i
67	3.20	120	10	10	40	60	1000	1000	u_L
68	3.27	200	1	20	3	6	2	0	u_L
69	3.13	100	1	10	50	30	20	0	i
70	3.26	300	5	4	6	20	14	20	u_L
71	3.29	100	1	10	20	11	9	2	u_C
72	3.24	150	4	5	3	10	5	7	i_C
73	3.15	30	1	2,5	12	10	8	0	i_C

74	3.16	200	10	10	0	100	50	100	u_L
75	3.21	100	1	10	15	5	4	0	i_C
76	3.25	50	2	1670	1	2	4	2	u_C

Продовження таблиці 3.1

Варіант	Рисунок	E, В	L, мГн	C, мкФ	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом	Визначити
77	3.17	120	10	10	40	60	1000	1000	u_L
78	3.22	120	1	10	6	12	8	4	u_C
79	3.18	200	1	10	10	30	50	10	u_L
80	3.23	50	1	100	5	5	10	10	u_L
81	3.14	100	1	10	20	16	4	2	u_{R4}
82	3.11	150	2	5	10	10	5	0	u_C
83	3.28	100	1	10	4	0	0	0	u_C
84	3.19	120	1	10	0	3	1	1	u_C
85	3.12	100	5	50	4	8	4	0	u_L
86	3.10	50	1	1500	2	13	5	0	u_{R1}
87	3.20	120	10	10	50	50	1000	1000	u_C
88	3.27	200	1	20	4	4	2	0	u_C
89	3.13	100	1	10	50	35	15	0	i_C
90	3.26	300	5	4	4	20	16	20	u_{R1}
91	3.29	100	1	10	20	13	7	2	i_C
92	3.24	150	4	5	2	10	5	8	u_{R1}
93	3.15	30	1	2,5	8	10	12	0	u_L
94	3.16	200	10	10	75	25	50	100	u_{R3}
95	3.21	100	1	10	13	7	4	0	u_{R3}
96	3.25	50	2	1670	1	2	5	1	u_{R1}
97	3.17	120	10	10	50	50	1000	1000	u_C
98	3.22	120	1	10	8	8	8	4	u_L
99	3.18	200	1	10	10	18	50	22	u_C
00	3.23	50	1	100	6	4	10	10	u_C

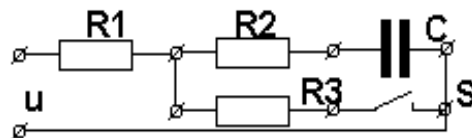
Таблиця 3.2

Варіант	Рисунк схеми	Графік вхідної напруги	Визначити	Варіант	Рисунк схеми	Графік вхідної напруги	Визначити
Варіант	Рисунк схеми	Графік вхідної напруги	Визначити	36	3.33	3.38	$i_2(t)$
02	3.31	3.36	$Ri_1(t)$	37	3.32	3.39	$u_C(t)$
03	3.33	3.36	$Ri_3(t)$	38	3.35	3.45	$u_2(t)$
04	3.32	3.38	$i_1(t)$	39	3.32	3.43	$i_2(t)$
05	3.30	3.36	$i_1(t)$	40	3.32	3.37	$i_3(t)$
06	3.31	3.37	$i_2(t)$	41	3.32	3.40	$i_4(t)$
07	3.33	3.40	$i_1(t)$	42	3.31	3.44	$Ri_1(t)$
08	3.34	3.36	$i_1(t)$	43	3.31	3.40	$Ri_3(t)$
09	3.34	3.39	$i_2(t)$	44	3.34	3.44	$i_1(t)$
10	3.30	3.37	$u_L(t)$	45	3.30	3.40	$i_1(t)$
11	3.33	3.36	$Ri_3(t)$	46	3.31	3.44	$i_2(t)$
12	3.31	3.36	$i_3(t)$	47	3.33	3.44	$i_1(t)$
13	3.34	3.36	$i_3(t)$	48	3.34	3.44	$i_1(t)$
14	3.31	3.36	$u_C(t)$	49	3.34	3.45	$i_2(t)$
15	3.34	3.37	$u_L(t)$	50	3.30	3.39	$u_L(t)$
16	3.33	3.37	$i_2(t)$	51	3.33	3.42	$Ri_3(t)$
17	3.32	3.43	$u_C(t)$	52	3.31	3.45	$i_3(t)$
18	3.35	3.40	$u_2(t)$	53	3.34	3.42	$i_3(t)$
19	3.32	3.36	$i_2(t)$	54	3.31	3.44	$u_C(t)$
20	3.32	3.36	$i_3(t)$	55	3.34	3.39	$u_L(t)$
21	3.32	3.37	$i_4(t)$	56	3.31	3.39	$i_2(t)$
22	3.31	3.39	$Ri_1(t)$	57	3.44	3.40	$u_C(t)$
23	3.33	3.39	$Ri_3(t)$	58	3.35	3.42	$u_2(t)$
24	3.32	3.39	$i_1(t)$	59	3.32	3.40	$i_2(t)$
25	3.30	3.37	$i_1(t)$	60	3.32	3.39	$i_3(t)$
26	3.31	3.38	$i_2(t)$	61	3.32	3.38	$i_4(t)$
27	3.33	3.41	$i_1(t)$	62	3.31	3.45	$Ri_1(t)$
28	3.34	3.40	$i_1(t)$	63	3.33	3.41	$Ri_3(t)$
29	4.34	3.41	$i_2(t)$	64	3.32	3.45	$i_1(t)$
30	3.30	3.38	$u_L(t)$	65	3.30	3.39	$i_1(t)$
31	3.33	3.39	$Ri_3(t)$	66	3.31	3.45	$i_2(t)$
32	3.31	3.44	$i_3(t)$	67	3.33	3.45	$i_1(t)$

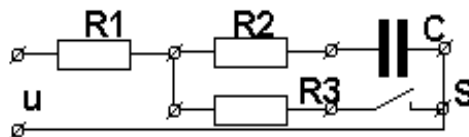
Варіант	Рисунки схеми	Графік вхідної напруги	Визначити	Варіант	Рисунки схеми	Графік вхідної напруги	Визначити
33	3.34	3.39	$i_3(t)$	68	3.34	3.45	$i_1(t)$
34	3.31	3.39	$u_C(t)$	69	3.34	3.42	$i_2(t)$
35	3.34	3.38	$u_L(t)$	70	3.30	3.42	$u_L(t)$
71	3.33	3.43	$Ri_3(t)$	86	3.31	3.42	$i_2(t)$
72	3.31	3.42	$i_3(t)$	87	3.33	3.42	$i_1(t)$
73	3.34	3.44	$i_3(t)$	88	3.34	3.42	$i_1(t)$
74	3.31	3.40	$u_C(t)$	89	3.34	3.43	$i_2(t)$
75	3.34	3.40	$u_L(t)$	90	3.30	3.44	$u_L(t)$
76	3.33	3.40	$i_2(t)$	91	3.33	3.40	$Ri_3(t)$
77	3.32	3.44	$u_C(t)$	92	3.31	3.43	$i_3(t)$
78	3.35	3.43	$u_2(t)$	93	3.34	3.45	$i_3(t)$
79	3.32	3.41	$i_2(t)$	94	3.31	3.42	$u_C(t)$
80	3.32	3.42	$i_3(t)$	95	3.34	3.41	$u_L(t)$
81	3.32	3.43	$i_4(t)$	96	3.33	3.41	$i_2(t)$
82	3.31	3.43	$Ri_1(t)$	97	3.32	3.36	$u_C(t)$
83	3.33	3.44	$Ri_3(t)$	98	3.35	3.36	$u_2(t)$
84	3.32	3.42	$i_1(t)$	99	3.32	3.45	$i_2(t)$
85	3.30	3.45	$i_1(t)$	00	3.32	3.43	$i_3(t)$

3.7. Питання для самоперевірки по методам розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах

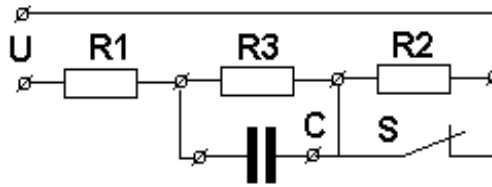
1. Знайти значення струму в резисторі R2 в момент комутації, якщо $U=150$ В, $R_1=10$ Ом, $R_2=R_3=5$ Ом.



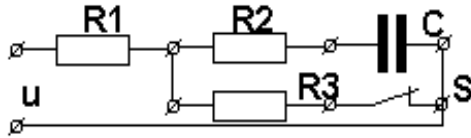
2. Знайти значення струму в резисторі R3 в момент комутації, якщо $U=150$ В, $R_1=10$ Ом, $R_2=5$ Ом, $R_3=5$ Ом.



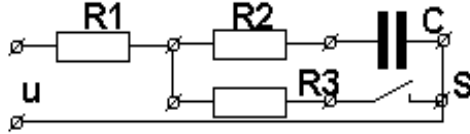
3. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $U=80$ В, $R_1=2$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=6$ Ом.



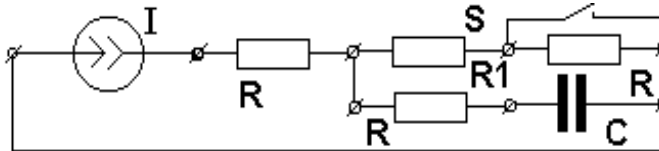
4. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $U=150$ В, $R_1=10$ Ом, $R_2=5$ Ом, $R_3=5$ Ом.



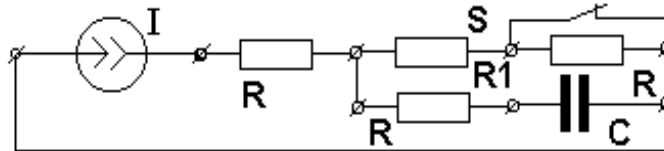
5. Знайти значення струму в резисторі R_3 в момент комутації, якщо $U=150$ В, $R_1=10$ Ом, $R_2=5$ Ом, $R_3=5$ Ом.



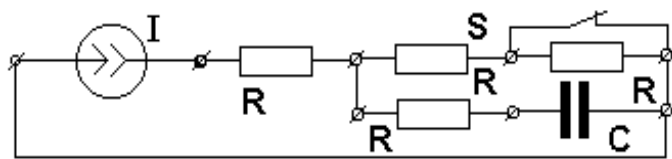
6. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $I=10$ А, $R=R_1=10$ Ом.



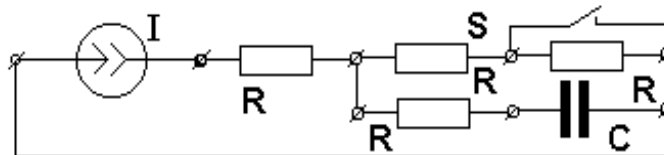
7. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $I=10$ А, $R_1=R=10$ Ом.



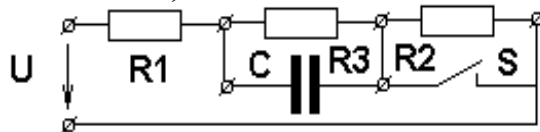
8. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $I=10$ А; $R=10$ Ом.



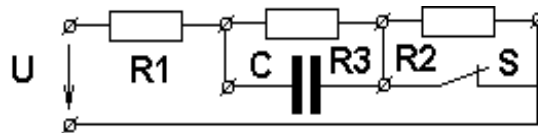
9. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $I=10$ А, $R=10$ Ом.



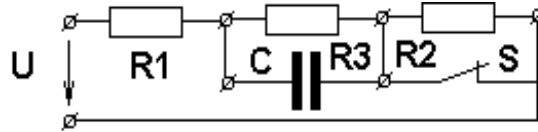
10. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $U=80$ В, $R_1=2$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=6$ Ом.



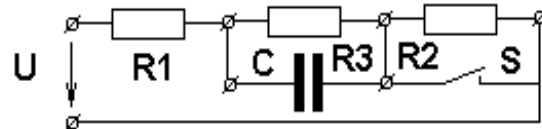
11. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $U=80$ В, $R_1=2$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=6$ Ом.



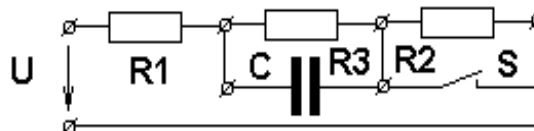
12. Знайти значення струму в резисторі R_3 в момент комутації, якщо $U=80$ В, $R_1=2$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=6$ Ом.



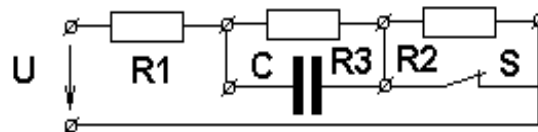
13. Знайти значення струму в резисторі R_3 в момент комутації, якщо $U=80$ В, $R_1=2$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=6$ Ом.



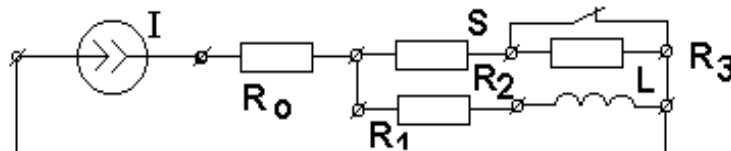
14. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $U=80$ В, $R_1=2$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=6$ Ом.



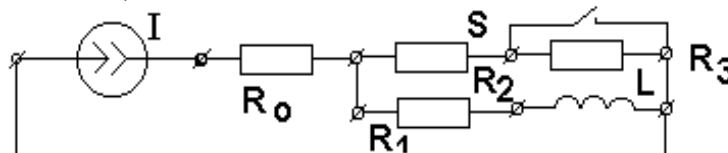
15. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $U=80$ В, $R_1=2$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=6$ Ом.



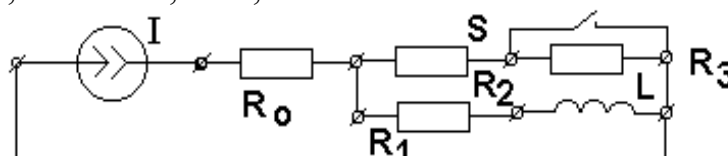
16. Знайти значення струму в резисторі R_2 в момент комутації, якщо $I=1$ А, $R_0=R_2=2$ Ом, $R_1=8$ Ом, $R_3=90$ Ом.



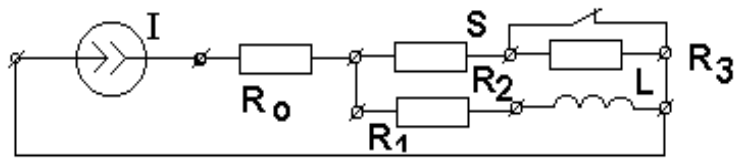
17. Знайти значення струму в резисторі R_2 в момент комутації, якщо $I=1$ А, $R_0=R_2=2$ Ом, $R_1=8$ Ом, $R_3=90$ Ом.



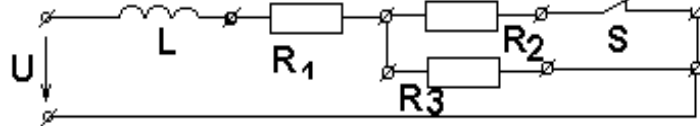
18. Знайти значення напруги на індуктивності в момент комутації, якщо $I=1$ А, $R_0=R_2=2$ Ом, $R_1=8$ Ом, $R_3=9$ Ом.



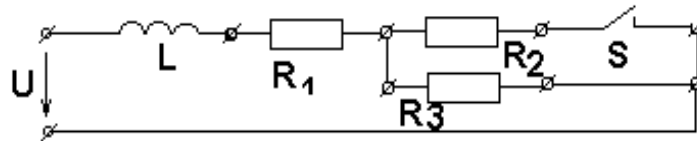
19. Знайти значення напруги на індуктивності в момент комутації, якщо $I=1$ А, $R_0=R_2=2$ Ом, $R_1=8$ Ом, $R_3=8$ Ом.



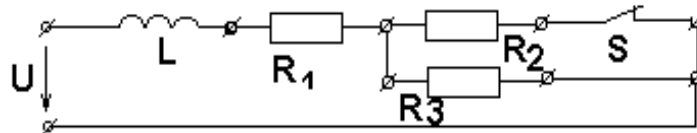
20. Знайти значення напруги на індуктивності в момент комутації, якщо $U=160\text{ В}$, $R_1=8\text{ Ом}$, $R_2=3\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



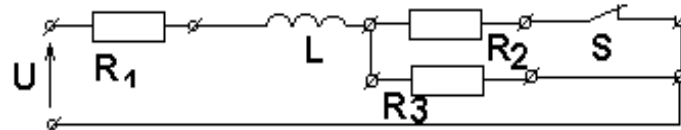
21. Знайти значення напруги на індуктивності в момент комутації, якщо $U=160\text{ В}$, $R_1=8\text{ Ом}$, $R_2=3\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



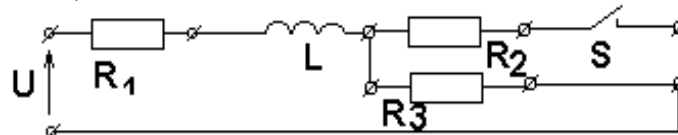
22. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $U=160\text{ В}$, $R_1=8\text{ Ом}$, $R_2=3\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



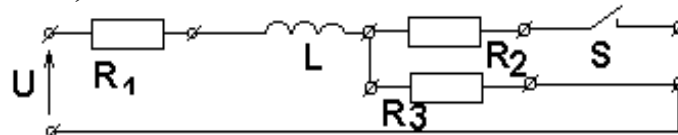
23. Знайти значення струму в резисторі R_3 в момент комутації, якщо $U=160\text{ В}$, $R_1=8\text{ Ом}$, $R_2=3\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



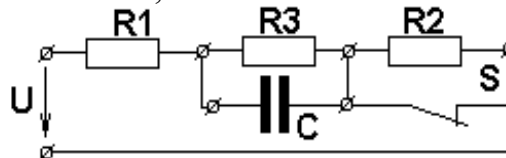
24. Знайти значення струму в резисторі R_3 в момент комутації, якщо $U=160\text{ В}$, $R_1=8\text{ Ом}$, $R_2=3\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



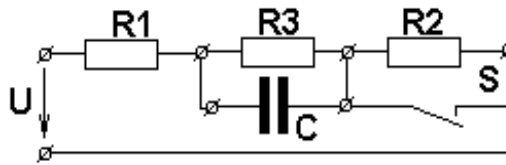
25. Знайти значення струму в резисторі R_2 в момент комутації, якщо $U=160\text{ В}$, $R_1=8\text{ Ом}$, $R_2=3\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



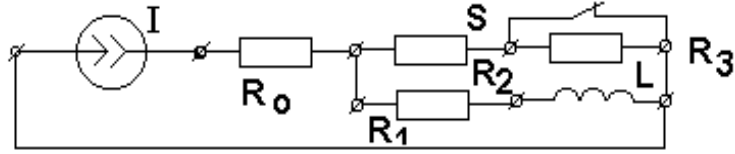
26. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=8\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$, $C=10\text{ мкФ}$.



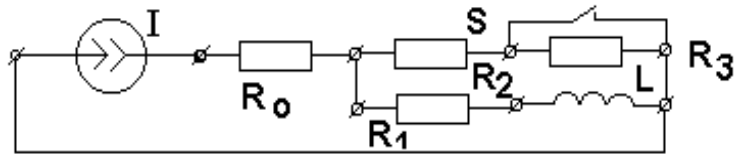
27. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=8\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$, $C=10\text{ мкФ}$.



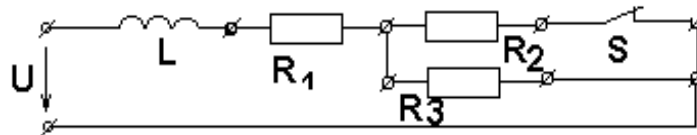
28. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_0=R_2=2 \text{ Ом}$, $R_1=8 \text{ Ом}$, $R_3=90 \text{ Ом}$, $L=100 \text{ мГ}$.



29. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_0=R_2=2 \text{ Ом}$, $R_1=8 \text{ Ом}$, $R_3=90 \text{ Ом}$, $L=100 \text{ мГ}$.

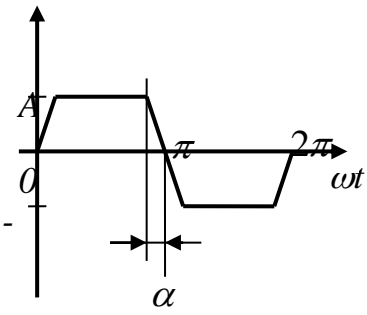
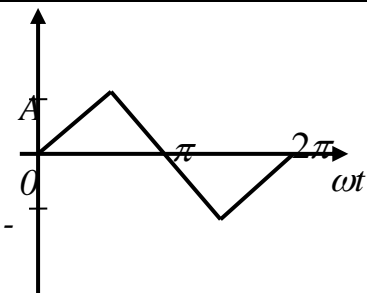
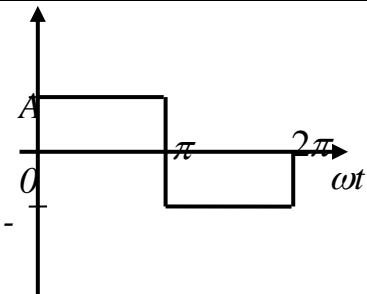
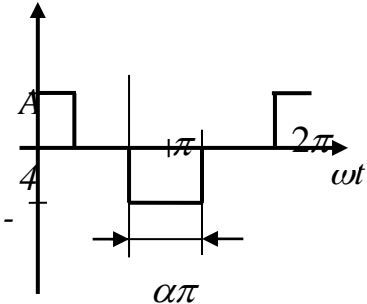
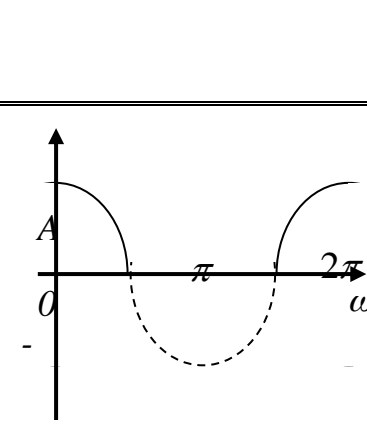


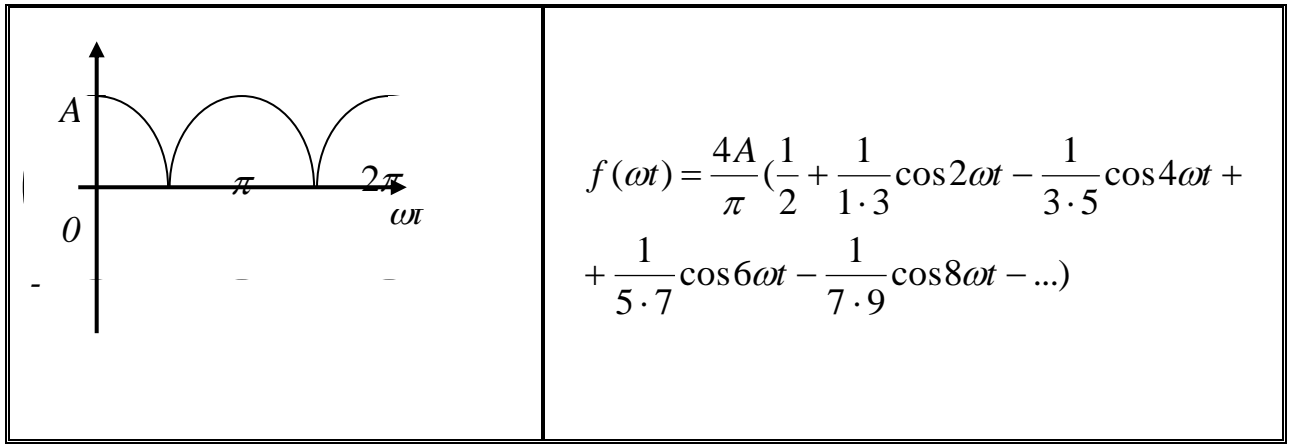
30. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_1=8 \text{ Ом}$, $R_2=3 \text{ Ом}$, $R_3=6 \text{ Ом}$, $L=100 \text{ мГ}$.



Додатки

Додаток А. Гармонійний склад функцій з періодом повторення 2π

Графіки функцій	Ряд Фур'є
	$f(\omega t) = \frac{4A}{\alpha\pi} \left(\sin \alpha \sin \omega t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \sin 5\omega t + \frac{1}{49} \sin 7\alpha \sin 7\omega t + \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{8A}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \frac{1}{49} \sin 7\omega t + \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{4A}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{4A}{\pi} \left(\sin \frac{\alpha\pi}{2} \cos \omega t + \frac{1}{3} \sin \frac{3\alpha\pi}{2} \cos 3\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \sin \frac{5\alpha\pi}{2} \cos 5\omega t + \frac{1}{7} \sin \frac{7\alpha\pi}{2} \cos 7\omega t + \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{2A}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \omega t + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \right. \\ \left. - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \dots \right)$



Додаток В. Таблица перетворювань Лапласа.

$f(t)$	$F(p) = \mathbf{L}[f(t)]$	$f(t)$	$F(p) = \mathbf{L}[f(t)]$
1	$1/p$	$\delta(t)$	1
t	$1/p^2$	$\delta(t - c)$	e^{-pc}
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$\delta'(t - c)$	pe^{-pc}
e^{at}	$\frac{1}{p - a}$	$u(t - c)$	$\frac{1}{p} e^{-pc}$
te^{at}	$\frac{1}{(p - a)^2}$	$(t - c)^n u(t - c)$	$\frac{n!}{p^{n+1}} e^{-pc}$
$t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(p - a)^{n+1}}$	$(t - c)^n e^{a(t-c)} u(t - c)$	$\frac{n!}{(p - a)^{n+1}} e^{-pc}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\sin \omega(t - c) u(t - c)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2} e^{-pc}$
$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\cosh a(t - c) u(t - c)$	$\frac{p}{p^2 - a^2} e^{-pc}$
$\sinh at$	$\frac{a}{p^2 + a^2}$	$\sin \omega t$ of period π/ω	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \coth \frac{p\pi}{2\omega}$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p - a)^2 + \omega^2}$	$\frac{1}{t}(e^{at} - e^{bt})$	$\ln \frac{p - a}{p - b}$
$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{p - a}{(p - a)^2 + \omega^2}$	$\frac{2}{t}(1 - \cosh at)$	$\ln \frac{p^2 - a^2}{p^2}$
$t \sin \omega t$	$\frac{2\omega p}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{2}{t}(1 - \cos at)$	$\ln \frac{p^2 + a^2}{p^2}$

$1 - \cos \omega t$	$\frac{\omega^2}{(p^2 + \omega^2)p}$	$\frac{\sin \omega t}{t}$	$\tan^{-1} \frac{\omega}{p}$
$\omega t - \sin \omega t$	$\frac{\omega^3}{(p^2 + \omega^2)p^2}$	$\sin \omega t - \omega t \cos \omega t$	$\frac{2\omega^3}{(p^2 + \omega^2)^2}$
$\sin \omega t + \omega t \cos \omega t$	$\frac{2\omega p^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$\cos at - \cos bt$	$\frac{(b^2 - a^2)p}{(p^2 + a^2)(p^2 + b^2)}$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

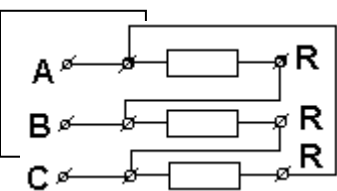
1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1996. – 638 с.
2. Основы теории цепей /Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – М.: Энергоатомиздат, 1989.– 528 с.
3. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т.1 – Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с.
4. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Ч.1. – М.: Энергия, 1978. – 592 с.
5. Шебес М.Р. Теория линейных электрических цепей в упражнениях и задачах. – М.: Высшая школа, 1967. – 478 с.
6. Каплянский А.Е., Лысенко А.П., Полотовский Л.С. Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа. –1972. 448 с.

Зміст частини 2, модуль 3

	ПЕРЕДМОВА	7
1	Методи розрахунку трифазних кіл	8
1.1	Методичні вказівки з розрахунку трифазних гармонійних кіл	
1.2	Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в симетричний трикутник.	11
1.3	Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в симетричну зірку по три-провідній та чотири-провідній схемам	13
1.4	Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в	14

	несиметричну зірку.	
1.5	Розрахунок параметрів кола при несиметричного навантаження і опорах в лінії	18
1.6	Розрахунково-графічне завдання "Розрахунок електричних трифазних кіл при гармонійних напругах"	25
1.7	Питання для самоконтролю за методами розрахунку трифазних гармонійних кіл	29
2	МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ ОДНОФАЗНИХ І ТРИФАЗНИХ КІЛ ПРИ НЕГАРМОНІЙНІЙ НАПРУЗІ	33
2.1	Методичні вказівки з розрахунку однофазних негармонійних кіл	33
2.2	Методичні вказівки з розрахунку трифазних негармонійних кіл	38
2.3	Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-ємнісного кола	40
2.4	Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-індуктивно-ємнісного кола при послідовному з'єднанні.	41
2.5	Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-індуктивно-ємнісного кола при змішаному з'єднанні.	43
2.6	Розрахунок параметрів негармонійного трифазного кола при з'єднанні навантаження в симетричну зірку з нульовим проводом.	45
2.7	Розрахунок параметрів негармонійного трифазного кола при з'єднанні навантаження в трикутник при наявності опорів в проводах лінії.	47
2.8	Питання для самоперевірки за методами розрахунку однофазних ланцюгів при негармонійних напружених	50
3	МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ	54
3.1	Методичні вказівки до розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах	54
3.2	Розрахунок перехідних процесів в розгалуженому резистивно-індуктивному колі	57
3.3	Розрахунок перехідних процесів в розгалуженому резистивно-ємнісному колі	63
3.4	Розрахунок перехідних процесів в розгалуженому резистивно-індуктивно-ємнісному колі	66
3.5	Розрахунок перехідного процесу при дії в колі джерела енергії з довільною формою вихідного сигналу	76
3.6	Розрахунково-графічне завдання "Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах"	79

3.7	Питання для самоперевірки по методам розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах	91
	додатки	96
	Додаток А. Гармонійний склад несінусодальних функцій з періодом повторення 2π	96
	Додаток В. Таблиця перетворення функцій по Лапласа	98
	СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	99



Хілов Віктор Сергійович

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
І КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ К ПРАКТИЧНИМ ЗАНЯТТЯМ
з дисципліни
“Теоретичні основи електротехніки”**

(модулі 3 і 4)

для студентів денної і заочної форм навчання за напрямками підготовки
6.050702 Електромеханіка, 6.050701 Електротехніка та електротехнології

Комп'ютерний дизайн В.С. Хілова

Підписано до друку . . . Формат 30 x 42/4.
Папір офсет. Ризографія. Ум. друк. арк. 4,0.
Обл.-вид. арк. 4,0. Тираж прим. Зам. №

Національний гірничий університет
49005, м. Дніпропетровськ, просп. К. Маркса, 19.